

RUHR
UNIVERSITÄT
BOCHUM

RUB

Anfängerpraktikum zur Elektrizitätslehre

Studiengänge
Chemie und Biochemie

Versuchsunterlagen

Anfängerpraktikum zur Elektrizitätslehre

Studiengänge

Chemie und Biochemie

Inhalt

Einführung

Versuch M: Elektrische Messgeräte

Versuch E1: Strom- und Spannungsmessungen

Versuch I1: RLC-Netzwerke

Lernziele

- Sicherheitsvorschriften kennen und konsequent anwenden können.
- Im Team arbeiten können.
- Grundlegende elektrische Messgeräte bedienen können.
- Grundlegende praktische elektrotechnische Aufgabenstellungen bearbeiten können.
- Schaltungen aufbauen und eventuelle Fehler finden und eliminieren können.
- Messkurven mit sinnvoll gewählten Messpunkten aufnehmen können.
- Messkurven mit sinnvoll gewählten Skalen darstellen können.
- Messtechnische Arbeiten protokollieren können.

1 Einführung

1.1 Sicherheitshinweise für elektrische Laboratorien

Die Praktikumsversuche finden in einem elektrischen Laboratorium statt, in dem die Sicherheitsvorschriften nach VDE 0100 für "Elektrische Betriebsräume" eingehalten werden müssen. Arbeiten unter Laborbedingungen bedeutet, dass die außerhalb elektrischer Laboratorien geforderten Sicherheitsvorschriften wegen der durchzuführenden Aufgaben nicht eingehalten werden können. Es wird vorausgesetzt, dass Sie hinsichtlich der Arbeitsbedingungen "unterwiesen" wurden, also insbesondere die möglichen Gefahren kennen. **Bei Ihrem ersten Praktikumsversuch müssen Sie unterschreiben, dass Sie die folgenden Sicherheitshinweise zur Kenntnis genommen haben.**

- Einen gefährlichen elektrischen Schlag kann man bereits ab einer Spannung von 42 V bekommen ("Schutzkleinspannung"). Niemals mit beiden Händen gleichzeitig leitende Teile anfassen!
- Der Sternpunktleiter des Drehstromnetzes ist geerdet. Da viele der in Laboratorien befindlichen Metallgegenstände (Metallteile der Labortische, Heizkörper, Fensterrahmen, Wasserleitung) mit Erde in Verbindung stehen, kann sogar bereits das Berühren nur *eines* unter Spannung stehenden Metallteils zu einem elektrischen Schlag führen.
- Bei Fehlern in Versuchsschaltungen können Gegenstände auch unerwartet Spannung annehmen, z. B. Gehäuse und metallene Konstruktionsteile. Also Berührungen metallischer Teile grundsätzlich soweit wie möglich vermeiden!
- Aufbau und Änderung der Verkabelung einer Messschaltung nur im spannungsfreien Zustand!
- Informieren Sie sich vor Beginn über die Bedienung des Notausschalters, mit dem der gesamte Labortisch elektrisch abgeschaltet werden kann. Der Weg zu diesem Hauptschalter darf auf keinen Fall zugestellt werden!
- Bei einem Unfall oder dem Verdacht auf eine Störung sofort alle Spannungen mit Hilfe des Notausschalters abschalten und danach einen Betreuer verständigen.

1.2 Organisatorische Hinweise

Versuchsvorbereitung und -durchführung

- Die Versuchsanleitung ist vor Beginn des jeweiligen Versuches durchzuarbeiten. Beschreiben Sie den Versuch in Form von 1-2 handschriftlich angefertigten DIN A4-Seiten, welche zur Versuchsdurchführung mitzubringen sind.
- Jeder Versuchstermin beginnt mit einem Gespräch über Theorie und Praxis des Versuchs. Unvorbereitete Versuchsteilnehmer werden vom Versuch ausgeschlossen.
- Bitte einen Taschenrechner mitbringen!
- Vor Einschalten eines Versuchsaufbaues (auch nach jeder Änderung!) muss dem Betreuer Gelegenheit gegeben werden, die Messschaltung zu kontrollieren. Also nicht ohne Rückfrage selbst einschalten!

- Während der Messungen ist ein Protokoll zu führen. Zeichnen Sie bei der Aufnahme von Messstabellen sofort auch Diagramme, damit Sie erkennen, ob die Anzahl der Messpunkte ausreicht. Siehe hierzu auch den nächsten Abschnitt.

Abfassung der Versuchsberichte

Normalerweise werden Sie jeden Versuch bereits am Tag der Durchführung vollständig abschließen. Um dies zu erreichen, wird auf einen ausführlichen Versuchsbericht verzichtet. Stattdessen genügt ein Kurzbericht, der von jedem einzelnen Studierenden anzufertigen ist. Sie erhalten für den Kurzbericht vom Versuchsbetreuer eine spezielle Vorlage, in die Sie Messergebnisse und Auswertung eintragen können. Der Kurzbericht enthält

- das vollständig ausgefüllte und unterschriebene Deckblatt,
- eine Geräteliste mit den Typenbezeichnungen aller verwendeten kommerziellen Geräte bzw. eine technische Kurzbeschreibung sonstiger Geräte, z. B.
 - o Metrix Tischmultimeter mtx 3250,
 - o Schaltbrett zur Realisierung von RLC-Filtern,
- Ihre Messergebnisse in Form von Tabellen (eine Unterschrift unter jeder Tabelle erläutert genau, was die Tabelle enthält),
- die in der Versuchsanleitung geforderte Auswertung. Achten Sie bei der grafischen Darstellung der Messergebnisse auf eine eindeutige Angabe der dargestellten Größen und der Skalierung. Auch hier sind Unterschriften notwendig, die eindeutig erläutern, was die Grafik zeigt. Beispiel: "Ausgangsspannung U_A als Funktion der Frequenz f bei konstanter Eingangsspannung $U_E = 20 \text{ mV}$ ".

Versuch M: Elektrische Messgeräte

Inhaltsverzeichnis

1	Vorbemerkung	2
2	Messgeräte für elektrische Ströme und Spannungen	2
3	Messung von Wechselgrößen mit und ohne Gleichanteil	10
4	Messung von Phasenverschiebungen	12
5	Aufnahme von Kennlinien	13
6	Zener-Diode	14
7	Vorbereitende Aufgaben	16
8	Messaufgaben	16
8.1	Gleichspannungen und Gleichströme	16
8.2	Wechselspannungen und Wechselströme mit und ohne Gleichanteil	17
8.3	Phasenverschiebungen	19
8.4	Kennlinie einer Zenerdiode	19
9	Literatur	20

Lernziele

- Digitale Multimeter und Oszilloskope verstehen und bedienen können.
- Gleich- und Wechselgrößen mit digitalen Multimetern und Oszilloskopen messen können.
- Messmöglichkeiten von Oszilloskopen (inklusive der x-y-Ablenkung) verstehen und beherrschen.
- Effektivwerten bei sinusförmigen und nicht sinusförmigen Signalen mit und ohne Gleichanteil berechnen und messen können.
- „Echte“ Effektivwertbildung (TRMS) und die bei Multimetern verwendete Effektivwertbildung verstehen.
- Phasenverschiebungen mit einem Oszilloskop und durch Auswertung von Effektivwertmessungen bestimmen können.
- Maßstäbliche Zeigerbilder konstruieren können.
- Eintor-Kennlinien mit einem Oszilloskop aufnehmen können.
- Mit nicht potenzialfreien Geräten umgehen können.

1 Vorbemerkung

Bitte arbeiten Sie diese Versuchsunterlagen sorgfältig durch. Lösen Sie auch die vorbereitenden Aufgaben (Kap. 7). Dadurch können Sie kontrollieren, ob Sie für den Versuch ausreichend vorbereitet sind. Bringen Sie die Lösungen der Vorbereitungsaufgaben zum Praktikumstermin mit.

2 Messgeräte für elektrische Ströme und Spannungen

Zur Messung elektrischer Spannungen und Ströme können sehr unterschiedliche Messgeräte verwendet werden. Ausführliche Darstellungen findet man in der Literatur (siehe Angaben am Ende dieser Versuchsanleitung). Hier werden nur einige Messgeräte kurz beschrieben, die Sie antreffen könnten. In diesem Praktikum werden Sie nur mit digitalen Messgeräten Ihre Versuche durchführen. Um Ihnen dennoch einen kleinen geschichtlichen Exkurs zu ermöglichen, werden die damals genutzten analogen Messgeräte kurz beschrieben und erklärt, da die letztendliche Bedienung ähnlich dem der Digitalen ist. Dies wären das Drehspulinstrument, das analoge Multimeter und das analoge Oszilloskop. Anschließend werden Ihnen die digitalen Messgeräte ebenfalls erklärt. Generell wird bei analogen Geräten ein Messwert durch ein veränderliches Anzeigeelement wie etwa durch einen beweglichen Zeiger dargestellt. Bei digitalen Messgeräten wird die Messgröße durch einen Zahlenwert auf einem Display angegeben. Selbstverständlich ist bei digitalen Geräten normalerweise nicht nur die Anzeige, sondern auch die Auswertung digital, d.h. die analogen Eingangsgrößen werden digital verarbeitet.

a) Drehspulinstrumente

Das ursprünglich wichtigste analoge Messgerät ist das Drehspulinstrument (Abb. 1). Bei diesem Instrument ist eine Spule mit vielen Windungen drehbar in einem Magnetfeld angeordnet, das von einem Permanentmagneten erzeugt wird. Durch die Polschuhe und das

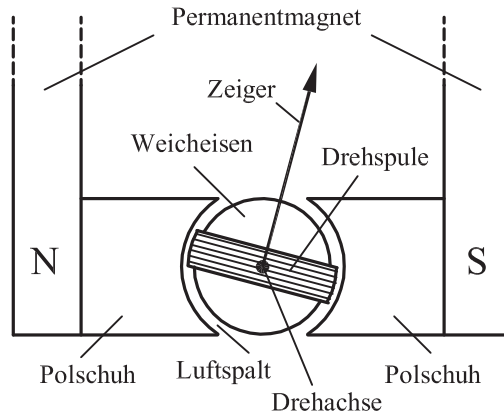


Abb. 1: Drehspulmesswerk.

Weicheisenelement, an dem die Spule befestigt ist, wird das Magnetfeld so geführt, dass die Feldlinien im Luftspalt senkrecht auf den Begrenzungsflächen stehen. Ein durch die Spule fließender Strom verläuft im Luftspalt wiederum senkrecht zu den magnetischen Feldlinien, und zwar auf beiden Seiten der Spule in entgegengesetzter Richtung. Die dadurch erzeugten Kräfte addieren sich in ihrer Wirkung (warum?) und bilden ein Drehmoment, das die Spule zusammen mit dem Zeiger bewegt. Um den Ausschlag zu begrenzen, muss ein Gegenmoment erzeugt werden, so dass sich ein Gleichgewichtszustand einstellen kann. Zu diesem Zweck ist die Achse, die die Drehspule trägt, durch Drehfedern gelagert (nicht abgebildet). Fließt ein Gleichstrom I durch die Spule, stellt sich ein fester Gleichgewichtszustand ein, so dass man einen dem Strom proportionalen Wert ablesen kann, wenn der Zeiger entlang einer Skala geführt wird.

b) Analoge Multimeter

Herzstück eines analogen Multimeters ist das gerade besprochene Drehspulinstrument. Hinzu kommen eine Reihe von Zusatzeinrichtungen, die es erlauben, neben Gleichströmen auch andere Messgrößen erfassen zu können. Auch zur Strommessung werden i. A. zusätzliche Widerstände benötigt. Ein empfindliches Drehspulinstrument erzeugt ja bereits bei kleinen Strömen einen großen Zeigerausschlag. Um auch größere Ströme messen zu können, muss man einen definierten Anteil des zu messenden Stroms durch Zusatzwiderstände abführen (wie müssen solche Widerstände mit der Drehspule verschaltet werden?). Durch Verwendung verschiedener Widerstände schafft man verschiedene Messbereiche für Ströme unterschiedlicher Größenordnung.

Mit dem Drehspulinstrument lässt sich auch eine Gleichspannung U messen, weil sich eine Spannung durch einen bekannten Widerstand R aufgrund der Beziehung $U = R \cdot I$ auf einen Messstrom I zurückführen lässt. Da der Innenwiderstand des Drehspulmesswerks recht klein ist, würden bei Anlegen von üblichen Messspannungen so große Ströme durch das Messwerk fließen, dass es zerstört würde. Zur Messungen von Spannungen müssen also in Multimetern Zusatzwiderstände so angebracht werden, dass der Strom durch das Messwerk auf eine messbare Größenordnung reduziert wird (wie müssen diese Widerstände mit der Drehspule verschaltet werden?). Bei Multimetern lassen sich damit auch verschiedene Messbereiche für Gleichspannungen wählen.

Eine Schaltung zur gleichzeitigen Messung von Strom und Spannung an einem Widerstand mit zwei Multimetern zeigt Abb. 2. Daraus geht hervor, dass ein ideales Strommessgerät

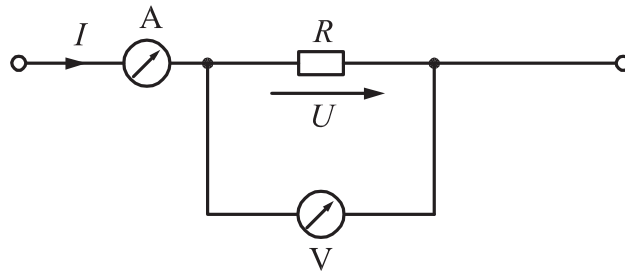


Abb. 2: Messschaltung zum Messen von Spannung und Strom an einem bzw. durch einen Widerstand.

einen verschwindend kleinen Innenwiderstand, ein ideales Spannungsmessgerät einen unendlich großen Innenwiderstand haben muss (warum?).

Gleichströme und -spannungen werden in den DC-Bereichen ("direct current") gemessen, oft unterteilt nach DCA und DCV für Ströme (**A**mpere) bzw. Spannungen (**V**olt). Die Art der Messung wird entweder nur durch den Bereichswahlschalter eingestellt oder durch getrennte Anschlussbuchsen für "A" und "V" realisiert. Um eine Überlastung des Messwerks zu vermeiden, muss sich das Messgerät vor Inbetriebnahme der Schaltung in der unempfindlichsten Stellung der richtigen Messgröße (größter Skalenendwert von Strom bzw. Spannung) befinden. Nach Inbetriebnahme schaltet man das Instrument stufenweise empfindlicher, bis ein hinreichend großer Zeigerausschlag abzulesen ist. Was geschieht, wenn man die Messbereiche für Ströme und Spannungen verwechselt? Also aufpassen!

Die Richtung des Zeigerausschlags zeigt die Richtung des Gleichstroms an. Bei machen Geräten befindet sich die Nullanzeige mitten auf der Skala, so dass positive und negative Ströme angezeigt werden können. Bei den meisten Instrumenten liegt die Nullstellung des Zeigers jedoch ganz links, so dass der Zeiger nur nach rechts ausschlagen kann. Solche Messgeräte müssen stets so in den Stromkreis geschaltet werden, dass ein positiver Strom vom positiven Anschluss "+" bzw. "A" zum Gegenanschluss "-" bzw. "COM" ("common") fließt. Bei der Spannungsmessung muss das höhere Potenzial an Klemme "+" bzw. "V", das niedrigere an Klemme "COM" angeschlossen werden. Schaltet man das Instrument falsch in den Stromkreis, besteht die Gefahr einer Zerstörung des Messwerks!

Neben Gleichspannungen und -strömen lassen sich mit einem Multimeter auch Gleichstromwiderstände messen. Dazu wird eine interne Batterie benötigt. Wie könnte die innere Verschaltung aussehen, wenn Messbereiche für verschieden große Widerstände realisiert werden?

Weiterhin kann man mit einem Multimeter auch Wechselströme und -spannungen messen (AC-Bereiche ("alternating current")), oft unterteilt nach ACA und ACV für Ströme bzw. Spannungen). Dazu braucht man allerdings weitere Zusatzelemente. Lässt man einen sinusförmigen Wechselstrom durch ein Drehspulmesswerk fließen, so sieht man bei niedrigen Frequenzen, dass der Zeiger um den Nullpunkt schwankt. Mit wachsender Frequenz führt die Trägheit des drehbaren Elements aber dazu, dass der Zeiger nicht schnell genug folgen kann. Die Schwankungsbreite wird mit wachsender Frequenz immer kleiner und verschwindet fast ganz, so dass man trotz Stromflusses keine Anzeige mehr erhält. Hier besteht offensichtlich eine große Gefahr, die Drehspule durch zu große Ströme zu überlasten. Man braucht also eine Zusatzmaßnahme, um Wechselgrößen messen zu können. Diese besteht in einer Betragsbildung des Messstroms durch Gleichrichter. Die negativen Halbwellen des sinusförmigen

Verlaufs werden dabei "nach oben geklappt".

Bei analogen Multimetern erfolgt die Gleichrichtung automatisch, wenn man einen Wechselstrom- oder Wechselspannungs-Messbereich wählt. Da normalerweise die Frequenz der untersuchten Ströme groß genug ist, zeigt das Messinstrument aufgrund der Trägheit des Messwerks einen festen Wert an, nämlich den Mittelwert des durch die Spule fließenden Stroms. Den gemessenen Wert, also den Mittelwert des gleichgerichteten Stroms, bezeichnet man als "Gleichrichtwert". Wir werden darauf im folgenden Abschnitt noch einmal zurückkommen.

c) Digitale Multimeter

Wie bei allen digital arbeitenden Messgeräten, besteht der wesentliche Schritt in der digitalen Erfassung der Messgrößen. Das bedeutet, dass die zu messenden Ströme und Spannungen abgetastet und mit Hilfe eines Digital-Analog-Umsetzers quantisiert werden. Dadurch stehen sie als zeitliche Abfolge von Zahlenwerten zur Verfügung. Das hat den großen Vorteil, dass die Signale mit Prozessoren digital weiter verarbeitet werden können. Damit hat man grundsätzlich viel mehr Möglichkeiten, die Messgrößen in der gewünschten Weise auszuwerten, als bei analogen Geräten. Als Beispiel sei die Messwert-Quadrierung genannt, wie sie zur Ermittlung des Effektivwerts (siehe Abschnitt. 2) benötigt wird. Die analoge Realisierung der Quadrierung erfordert einen nicht unerheblichen Aufwand, wenn sie über einen großen Wertebereich korrekt erfolgen muss. Digital bedeutet die Quadrierung eine einfache Rechenoperation.

Das grundsätzliche Blockschaltbild eines digitalen Multimeters für die Messung von Spannungen und Strömen zeigt Abb. 3. In der Eingangsstufe wird durch Impedanzwandler, realisiert durch elektronische Schaltungen mit Operationsverstärkern, dafür gesorgt, dass die Anforderungen an gute Strom- bzw. Spannungsmessgeräte (sehr niedriger bzw. hoher Eingangswiderstand) gut erfüllt werden. Dies stellt einen weiteren wesentlichen praktischen Vorteil dar, weil die durch die endlichen Eingangswiderstände entstehenden Messfehler meist vernachlässigt werden können (dieser Vorteil hat allerdings nichts mit der Digitalisierung zu tun, Impedanzwandler werden auch bei hochwertigen analogen Messgeräten eingesetzt). Eine weitere Vereinfachung ergibt sich dadurch, dass man auf die Größe der zu messenden Größe bei vielen Geräten, auch bei dem im Praktikum verwendeten Tischmultimeter, nicht achten muss, weil sich die Empfindlichkeit automatisch der Messgröße anpasst. Bei dem verwendeten Tischmultimeter muss man allerdings bereits beim Anschluss zwischen Strom- und Spannungsmessung unterscheiden (so wie dies auch im Blockschaltbild dargestellt ist). In Abb. 4 können Sie die beiden digital Multimeter sehen, mit denen Sie im Praktikum arbeiten werden. Das mtX 3250 ist dabei das stationäre Multimeter und das PeakTech 3430 das mobile handliche Multimeter. Meist ist ein modernes stationäres Multimeter in Auflösung und Genauigkeit gegenüber den Handlichen genauer und erlaubt eine Kommunikation mit einem Computer, wodurch eine Datenaufnahme erheblich vereinfacht wird. Achten Sie darauf, dass handliche Multimeter häufig zwei unterschiedliche Eingänge für die Strommessung besitzt, die für unterschiedliche Stromstärken ausgelegt sind.

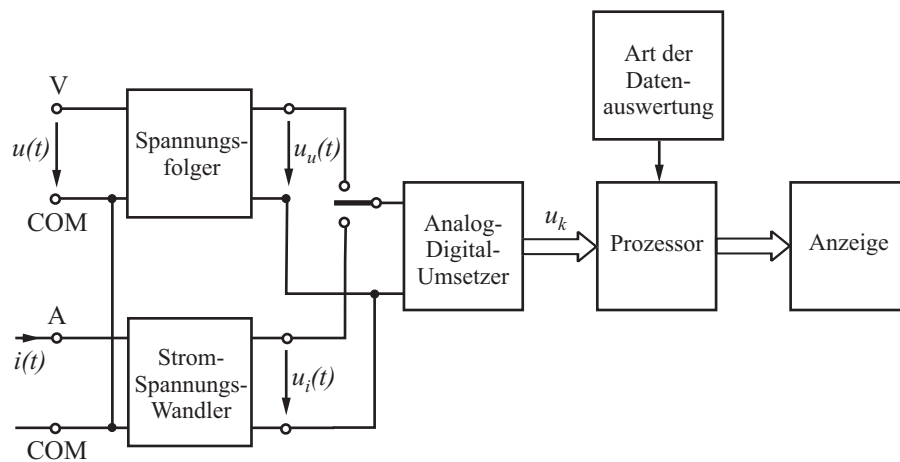


Abb. 3: Vereinfachtes Blockschaltbild eines digitalen Multimeters zur Messung von Spannungen und Strömen.



(a) PeakTech 3430



(b) mtX 3250

Abb. 4: Die beiden im Praktikum vorkommenden digitalen Multimeter.

d) Analoge Oszilloskope

Das klassische Oszilloskop basiert auf der spannungsgesteuerten Ablenkung eines Elektronenstrahls in einer evakuierten Glasröhre (Braunsche Röhre, Abb. 5). Durch Anlegen einer Spannung zwischen Anode und einer geheizten Kathode treten an der Kathode Elektronen aus, die zu einem Strahl fokussiert und beschleunigt werden und beim Auftreffen auf einen Leuchtschirm einen hellen Punkt erzeugen. Zwei Paare paralleler Platten, an die Spannungen gelegt werden können, dienen der Ablenkung des Elektronenstrahls in vertikale und horizontale Richtung.

Dies ist jedoch nicht mehr Stand der Technik, da durch die heutige Technik digitale Auswertungen deutlich mehr Möglichkeiten eröffnen.

e) Digitale Oszilloskope

Die meisten in der Praxis verwendeten Oszilloskope sind Digitaloszilloskope. Ähnlich zu den digitalen Multimetern, liegen auch hier digitale, bzw. quantisierte Daten vor und werden

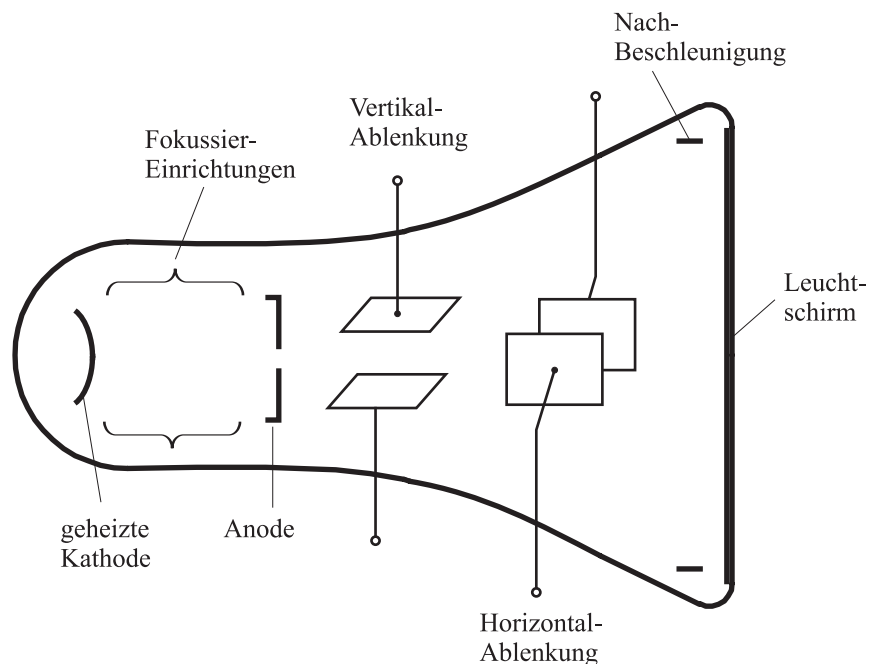


Abb. 5: Elektronenstrahl-Röhre.

dann auf dem Bildschirm dargestellt. Die meist verwendete Betriebsart eines Oszilloskops besteht darin, den zeitlichen Verlauf eines periodischen Signals darzustellen.

Dazu wird das abgetastete Signal auf dem Bildschirm entweder auf Zeit- oder X-Y-Basis dargestellt. Damit das zeitliche Signal nicht permanent zeitlich wandert, sondern festgehalten wird, kommt ein Trigger zum Einsatz. Dieser synchronisiert die Abtastung mit der zu messenden Spannung und erzeugt ein stabiles Bild. Machen Sie sich mit der Triggerfunktion des Oszilloskops im Praktikum (DSO1052B) vertraut!

Es ist auch möglich, einen externen Trigger an das Oszilloskop anzuschließen und so eine Synchronisation zu erreichen. Im "x-y-Modus" wird die Spannung an Kanal I als horizontale Achse, die an Kanal II als vertikale y-Achse verwendet. Dies kann man z. B. zur Darstellung einer Kennlinie nutzen: Wenn man mithilfe eines Widerstands den Strom durch ein Bauelement in eine proportionale Spannung umwandelt, so hat man neben der Spannung am Bauelement eine stromproportionale Spannung zur Verfügung. Auf diese Weise kann man die Spannung als Funktion des Stroms $u(i(t))$ darstellen. Bei sinusförmigen Signalen wird dabei die Kennlinie $u(i)$ in jeder Periode einmal durchlaufen, so dass man ein stehendes Bild erhält.

Damit Sie sich schon vor Beginn des Praktikums etwas mit einem Oszilloskop vertraut machen können, folgt eine Erklärung anhand des Oszilloskop DSO1052B, welches im Praktikum verwendet wird. Im Folgenden werden die wichtigsten Bedienelemente anhand der Abb. 6 erläutert. Die Erläuterung ist sehr kurz gefasst und keineswegs vollständig sondern dient dem Einstieg in die Bedienung eines solchen Messgeräts. Für genauere Erläuterungen steht im Praktikum ein Handbuch zur Verfügung.

Es handelt sich um ein zwei-kanaliges Gerät mit zwei BNC-Eingängen. Der dritte Eingang ist ein externer Triggereingang, der im Praktikum nicht benötigt wird. Mit den Drehknöpfen oberhalb dieser lässt sich die vertikale Einstellung des jeweiligen Signals vornehmen. Mit den Tasten 1 und 2 lässt sich der jew. Kanal aktivieren/deaktivieren sowie konfigurieren (Kopp-

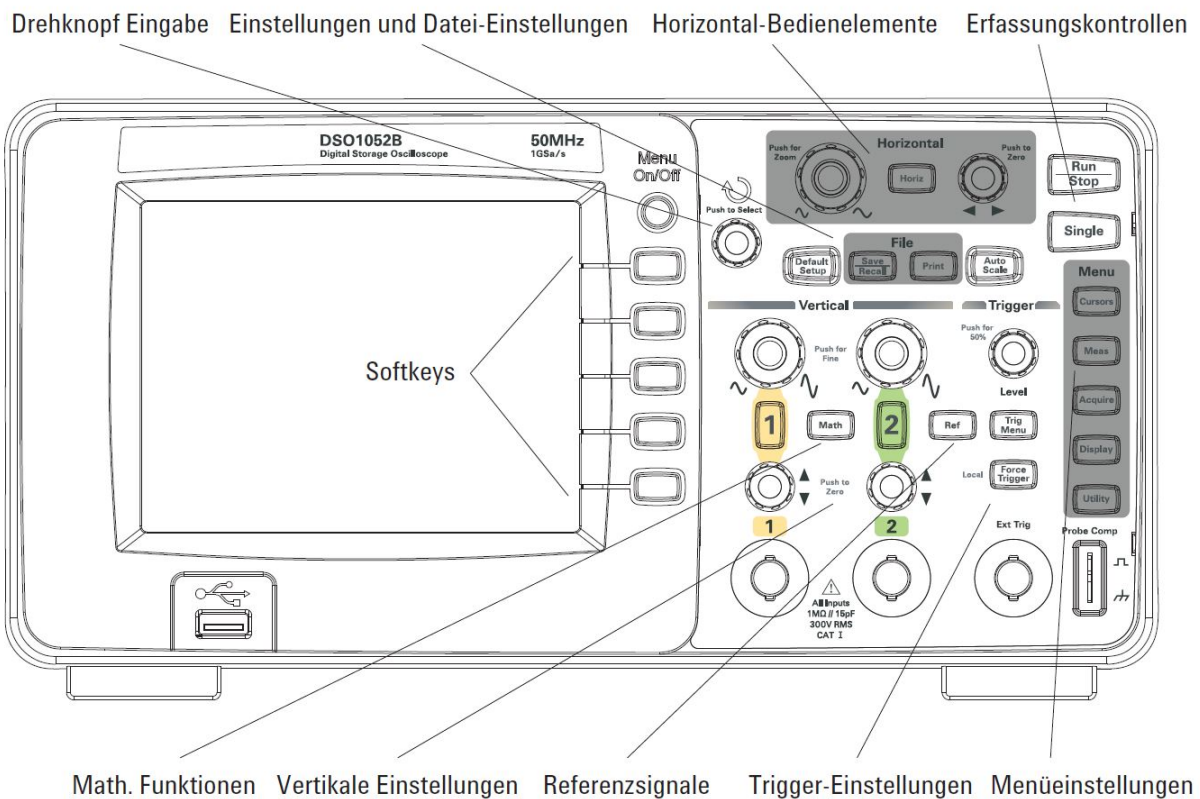


Abb. 6: Digital Oszilloskop Keysight DSO1052B, Frontpanel

lung, Dämpfung, Invertierung...). Mit den großen Drehknöpfen lässt sich die Skalierung der y-Achse vornehmen. Einige mathematische Operationen lassen sich mit der entsprechenden Taste konfigurieren. Rechts neben den Kanälen befindet sich die Steuerung des Triggers. Das obere Bedienpaneel ist für die Skalierung und Einstellung der x-Achse zuständig. Zuletzt gibt es rechts eine Anzahl von zusätzlichen Optionen, wie etwa die Cursor oder auch Measurement- Funktionen und den Run-Knopf, mit dem kontinuierliche oder auch Einzelmessungen gewählt werden können. Ein Bild ist in Abb. 7 zur Vorbereitung gegeben.

f) Labornetzteil

Im Praktikum werden Sie ein Labornetzteil benutzen im Ihre vorliegende Schaltung versorgen zu können. Es wird ein DC-Labornetzteil genutzt, welches in Abb. 8 zu sehen ist. Ein Labornetzteil ist immer dann sinnvoll, wenn Sie mit unterschiedlichen Spannungen arbeiten möchten und schnell einen Überblick über den benötigten Strom Ihrer Schaltung erlangen möchten. Das von Ihnen genutzte Labornetzteil hat genau drei Anschlussmöglichkeiten. Zwei davon sind Festspannungsquellen mit konstanten 12 V und 5 V mit je 500 mA Output. Diese Anschlüsse finden Sie mittig am Frontpanel wieder. Der untere linke Anschluss erlaubt eine variable Einstellung der gewünschten Spannung. Dieses Gerät liefert eine Ausgangsspannung von 0-30 V und einem maximalen Strom von 0-2,5 A. Die Spannung lässt sich dabei über den Voltage-Drehknopf oben rechts am Frontpanel einstellen. Der Drehknopf für die Current, ebenfalls oben rechts, limitiert den maximalen Strom und dient nicht der Einstellung des Stroms.

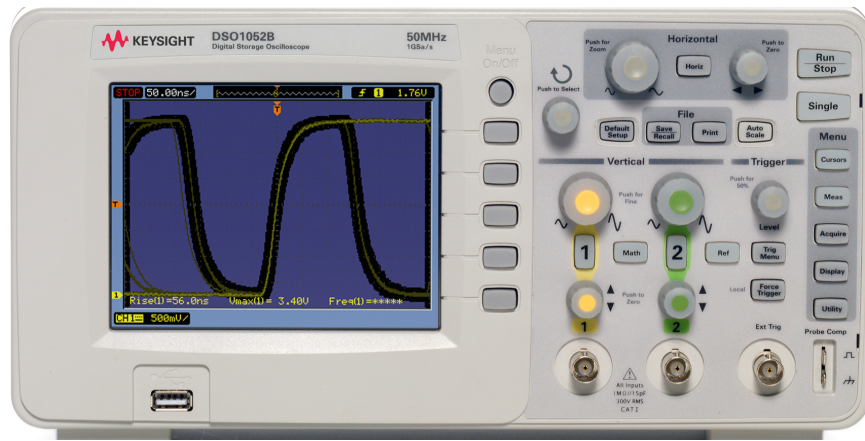


Abb. 7: Digital Oszilloskop Keysight DSO1052B, Frontpanel.



Abb. 8: Labornetzteil PeakTech 6035D, Frontpanel.

g) Funktionsgenerator

Ein weiteres Gerät um eine Schaltung zu versorgen oder anzuregen ist der sogenannten Funktionsgenerator. Dieser bietet im Gegensatz zu einem Labornetzteil die Möglichkeit mit AC zu arbeiten. Der von Ihnen genutzte Funktionsgenerator ist in Abb. 9 abgebildet. Die drei elementaren Funktionen die mit dem Generator ausgegeben werden können sind oben links am Frontpanel wieder zu finden. Dies sind eine Sinus- und Dreiecksform und Logic. Die für Sie weiteren wichtigen Funktionen sind DUTY, für Duty-Cycle, AMPL Level, für Amplituden Level bzw. Stärke, OFFSET, für die Verschiebung des Signals und FREQ, für die Einstellung der Frequenz einer Funktion.



Abb. 9: Funktionsgenerator mtx 3240, Frontpanel.

3 Messung von Wechselgrößen mit und ohne Gleichanteil

Wir beschränken uns hier auf Wechselgrößen mit periodischen Zeitverläufen. Zur einfachen Charakterisierung solcher Wechselgrößen $x(t)$ verwendet man verschiedene Kenngrößen wie den Mittelwert und den Effektivwert. Den zeitlichen Mittelwert erhält man durch Integration über eine Periode T .

$$\overline{x(t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) dt. \quad (1)$$

Zieht man den Mittelwert von der Zeitfunktion ab, so erhält man per Definition ein mittelwertfreies Signal. Diesen Anteil nennt man den "Wechselanteil" $x_{\sim}(t)$ des Signals

$$x_{\sim}(t) = x(t) - \overline{x(t)} = x(t) - X_{=}. \quad (2)$$

Den Mittelwert bezeichnet man dazu passend auch als "Gleichanteil" $X_{=}$. Der Wechselanteil ist messtechnisch leicht durch einen Kondensator abzuspalten, da der Kondensator für Gleichstrom undurchlässig ist.

In Abb. 10 ist die Zerlegung in Gleich- und Wechselanteil für ein allgemeines und ein sinusförmiges Signal dargestellt. Die schraffierten Flächen sind jeweils gleich groß (warum?). Die Differenz zwischen maximalem und minimalem Wert der Wechselgröße bezeichnet man als Spitze-Spitze-Wert X_{SS} . Bei einer sinusförmigen Wechselgröße ist die Amplitude des Wechselanteils gleich dem halben Spitze-Spitze-Wert.

Zur Angabe der Stärke einer Wechselgröße wird häufig der Effektivwert berechnet oder gemessen. Er ist definiert als

$$X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x^2(t) dt}. \quad (3)$$

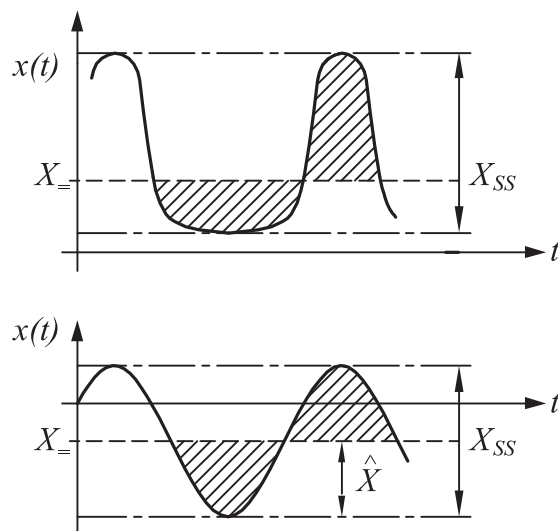


Abb. 10: Zerlegung einer allgemeinen und einer sinusförmigen Wechselgröße in Gleich- und Wechselanteil.

Durch diese Definition wird erreicht, dass eine Wechselgröße mit einem bestimmten Effektivwert dieselbe elektrische Leistung in einem Widerstand in Wärme umsetzt wie eine Gleichgröße (Strom oder Spannung) derselben Stärke. Entsprechend der englischen Bezeichnung des Effektivwerts als "Root Mean Square" findet man häufig die Bezeichnung RMS.

Zwischen dem Effektivwert einer Wechselgröße X und dem Effektivwert des Wechselanteils X_{\sim} besteht folgender Zusammenhang (nachrechnen!):

$$X^2 = X_{=}^2 + X_{\sim}^2. \quad (4)$$

Die Messung des Effektivwerts erfordert entsprechend der Definitionsgleichung (3) eine in analoger Technik nur relativ schwer zu realisierende Messvorschrift. Deshalb wird in analogen Geräten statt des Effektivwerts meist ein anderer, leichter messbarer Wert, der "Gleichrichtwert" gemessen und durch Umskalierung in den Effektivwert überführt. Die Umskalierung erfolgt unter Zugrundelegung einer sinusförmigen Wechselgröße. Dies wird im Folgenden erklärt:

Der Gleichrichtwert ist definiert als Mittelwert des Betrags einer Wechselgröße, wobei die Bildung dieser Größe meist nur für den Wechselanteil $x_{\sim}(t)$ sinnvoll ist (dem entspricht das Ausfiltern des Gleichanteils durch einen Kondensator).

$$\overline{|x|} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |x(t)| dt. \quad (5)$$

Der Betrag einer Zeitfunktion kann mit Gleichrichtern leicht gebildet werden. Für eine konkrete Zeitfunktion lässt sich der Konversionsfaktor F , der sogenannte "Formfaktor", berechnen, mit dem der primär gemessene Gleichrichtwert in den zugehörigen Effektivwert umgerechnet werden kann:

$$X = F \cdot \overline{|x|}. \quad (6)$$

Bei analogen Multimetern wird bei der Anzeige von Effektivwerten grundsätzlich der Konversionsfaktor für sinusförmige Wechselgrößen (ohne Gleichanteil) berücksichtigt ($F = 1,11$). Hochwertige digitale Multimeter zeigen hingegen "echte" Effektivwerte nach der Definitionsgleichung (3) an. Das wird als TRMS (true RMS) bezeichnet. TRMS-Werte können für Wechselgrößen mit und ohne Gleichanteile gebildet werden. Mit steigender Frequenz und steigendem Scheitelfaktor (Verhältnis von Maximalamplitude zu Effektivwert des Wechselanteils) wird die Genauigkeit des TRMS-Wertes allerdings meist schlechter (können Sie sich Gründe dafür vorstellen?).

4 Messung von Phasenverschiebungen

Häufig interessiert man sich für die Spannungs-Übertragung vom "Eingang" zum "Ausgang" einer "linearen" elektrischen Schaltung. Lineare Schaltungen entstehen z. B., wenn man ausschließlich Widerstände R , Kondensatoren C und Induktivitäten L verwendet. Als Eingang und Ausgang dient jeweils ein Klemmenpaar, an dem die Eingangsspannung $u_E(t)$ bzw. die Ausgangsspannung $u_A(t)$ auftritt. Die dazwischen liegende Schaltung wird als Zweitor bezeichnet. Abb. 11 zeigt ein allgemeines Zweitor. Das angedeutete RC-Glied ist nur als einfaches Beispiel für eine spezielle "Füllung" des Zweitors gemeint.

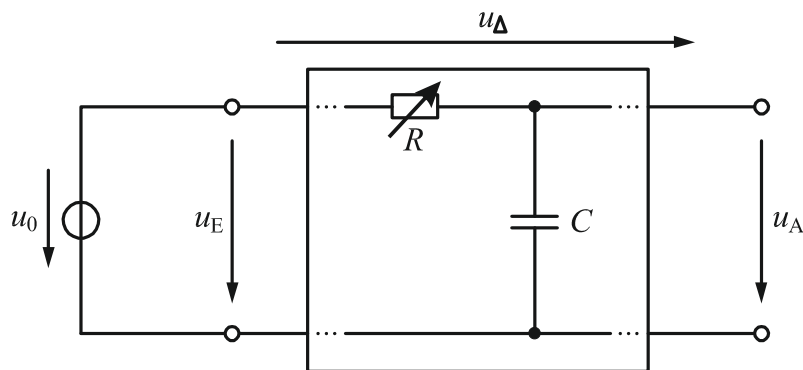


Abb. 11: Spannungen an einem Zweitor.

Bei sinusförmiger Speisung des Zweitors tritt auch am Ausgang eine sinusförmige Spannung auf, die dieselbe Frequenz f bzw. Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ wie die speisende Spannung besitzt. In diesem Fall beschreibt man die Situation am Besten mit komplexen Amplituden, also mit den komplexen Spannungen \hat{U}_E und \hat{U}_A . Der Unterschied zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung lässt sich durch das Verhältnis der Amplitudenbeträge und die Phasenverschiebung ausdrücken. Das Amplitudenverhältnis lässt sich leicht bestimmen, indem man die reellen Amplituden oder die Effektivwerte von Ausgangs- und Eingangsspannung durcheinander dividiert. Dies liefert das Verhältnis

$$V = \frac{\hat{U}_A}{\hat{U}_E} = \frac{U_A}{U_E}. \quad (7)$$

Die Phasenverschiebung zwischen Eingang und Ausgang kann mit einem zweikanaligen Oszilloskop direkt sichtbar gemacht werden (Abb. 12). Überlegen Sie sich, wie Sie aus den abgelesenen Werten für Δt und T die Phasenverschiebung berechnen können. Alternativ lässt sie sich auch aus Effektivwerten bestimmen. Dazu muss man neben den Effektivwerten

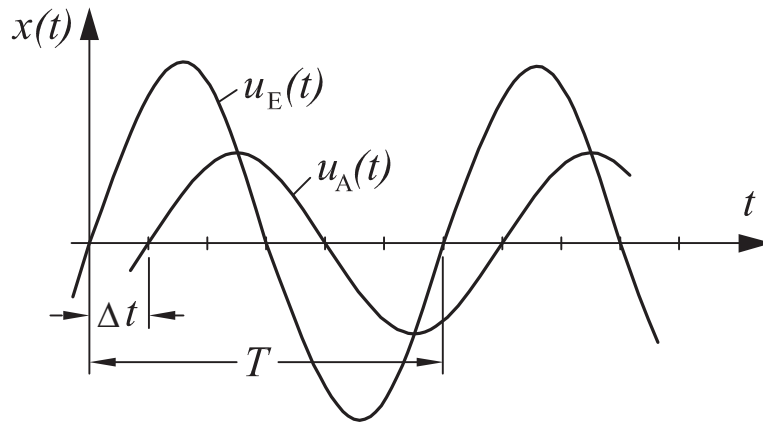


Abb. 12: Zur Bestimmung der Phasenverschiebung zwischen zwei Sinusschwingungen.

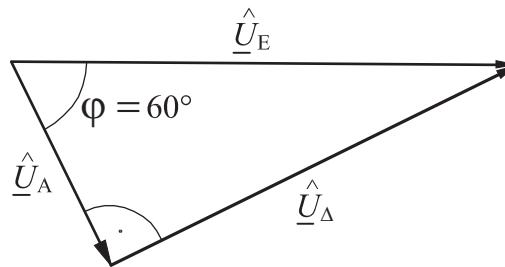


Abb. 13: Zeigerdiagramm, das der Situation in Abb. 12 entspricht.

der Eingangs- und Ausgangsspannung (U_E und U_A) auch den Effektivwert der Spannungsdifferenz zwischen Ein- und Ausgang U_Δ messen. Das zugehörige Zeigerdiagramm (Abb. 13) repräsentiert den Maschenumlauf $\hat{U}_E = \hat{U}_\Delta + \hat{U}_A$. Aus dem Kosinussatz erhält man

$$\varphi = \arccos \left\{ \frac{\hat{U}_A^2 + \hat{U}_E^2 - \hat{U}_\Delta^2}{2\hat{U}_A\hat{U}_E} \right\} = \arccos \left\{ \frac{U_A^2 + U_E^2 - U_\Delta^2}{2U_AU_E} \right\}. \quad (8)$$

Man kann also durch Messung der drei Spannungen die Phasenverschiebung φ bestimmen.

Das Amplitudenverhältnis und die Phasenverschiebung kann man zu einer komplexen Übertragungsfunktion zusammenfassen, die die komplexen Ein- und Ausgangsgrößen verbindet.

$$\underline{\hat{U}}_A = \underline{H} \cdot \underline{\hat{U}}_E, \quad \underline{H} = V e^{j\varphi}. \quad (9)$$

Prüfen Sie dies nach!

5 Aufnahme von Kennlinien

Als Kennlinie eines elektrischen Bauelements mit zwei Anschlussklemmen ("Eintor") bezeichnet man die Darstellung der Gleichspannung an dem Bauelement als Funktion des hindurch fließenden Gleichstroms $U = f(I)$ oder umgekehrt $I = f(U)$. Solche Kennlinien können Punkt für Punkt (U, I) gemessen werden oder mit einem Oszilloskop unter Verwendung von Wechselgrößen niedriger Frequenz dargestellt werden (bei einer Gleichspannungsquelle sähe man auf dem Oszilloskop nur einen einzigen Punkt der Kennlinie). Eine Messschaltung zur

Aufnahme der Kennlinie eines Eintors mit dem Oszilloskop zeigt Abb. 14.

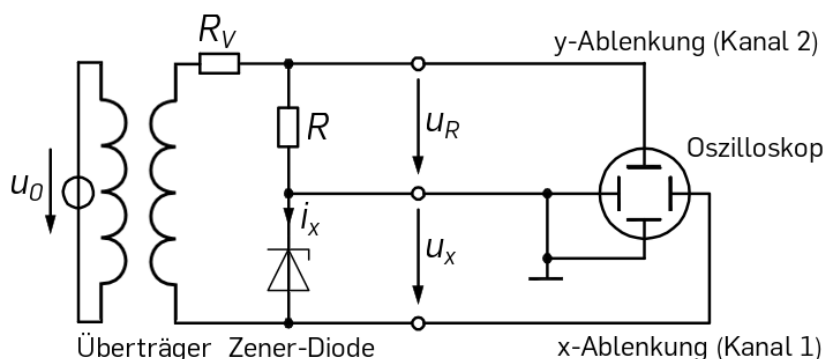


Abb. 14: Aufnahme der Kennlinie eines Eintors mit einem Oszilloskop unter Verwendung der x - y -Ablenkung. Das Symbol für das Oszilloskop zeigt symbolisch die vier beteiligten Platten zur Ablenkung des Elektronenstrahls.

Um die Strom-Spannungs-Kennlinie $I_x = f(U_x)$ des unbekanntes Eintors aufzunehmen, muss die horizontale x -Ablenkung des Oszilloskops, die normalerweise die Zeitachse repräsentiert und intern erzeugt wird, durch eine von außen eingespeiste Spannung gesteuert werden, die der Spannung am Eintor u_x entspricht. Dazu ist die Betriebsart "x-y-Ablenkung" des Oszilloskops vorgesehen. In vertikaler Richtung soll die Ablenkung dem Strom durch das Eintor entsprechen. Dies gelingt durch Umwandlung des Stroms i_x in eine proportionale Spannung mithilfe eines Widerstands R . Der zusätzlich in Abb. 14 vorgesehene Vorwiderstand R_V dient einer Strombegrenzung bei eventuellen Verschaltungsfehlern.

Zwei der vier Ablenkungsplatten eines Oszilloskops sind miteinander und mit dem Gehäuse elektrisch verbunden (Laborjargon: "sie liegen auf Masse"). Dieser Punkt wird bei Anschluss an eine Steckdose geerdet. Der Masseanschluss ist in der Messschaltung in Abb. 14 eingezeichnet. Die beiden Eingänge des Oszilloskops sind also "nicht potenzialfrei". Die beiden Eingänge sind mit "BNC-Buchsen" ausgeführt. Außen liegt der mit dem Gehäuse leitend verbundene "Masseanschluss", innen der freie Pol, im Laborjargon auch als "heißes Ende" bezeichnet.

Das Faktum, dass das Oszilloskop nicht potenzialfrei ist, hat Auswirkungen auf die Wahl der die Schaltung speisenden Spannungsquelle u_0 . Würde man als Spannungsquelle den in anderen Versuchsteilen benutzten Funktionsgenerator ohne weitere Maßnahmen einsetzen, entstünde ein Problem dadurch, dass auch der Funktionsgenerator über die Steckdose geerdet ist. Bei diesem Gerät ist der Ausgang nicht potenzialfrei: er liegt einseitig "auf Masse". Überlegen Sie sich die Folgen einer gleichzeitigen Erdung der Spannungsquelle und des Oszilloskops durch Betrachtung der Messschaltung für diesen Fall.

6 Zener-Diode

Die Zener-Diode ist ein nichtlineares Bauelement und besteht aus einem hoch dotierten pn-Übergang. Eine typische IU -Kennlinie, sowie das Schaltsymbol der Z-Diode sind der Abbildung 15 zu entnehmen. Z-Dioden sind Dioden mit genau spezifizierten Durchbruchspannungen.

gen, daher wird auch häufig nur die Sperrkennlinie der Z-Diode gezeigt. Bei Flussspannungen verhalten sich Z-Dioden wie gewöhnliche Gleichrichterdioden. Die Durchbruchspannung wird bei Zener-Dioden als Z-Spannung U_Z bezeichnet. Bei dieser steigt der Sperrstrom steil an. Für $U_Z < 5 \text{ V}$ basiert der Durchbruch auf dem Tunneleffekt (Zener-Effekt). Wegen der steilen Kennlinie eignet sich die Z-Diode zur Spannungsstabilisierung. Wenn die Eingangsspannung schwankt, so führt dies in einer Schaltung zwar zu einem höheren Strom, wegen der steilen Kennlinie jedoch nur zu ganz geringen Spannungsänderungen an der Zener-Diode. Ein der Diode parallel geschalteter Verbraucher wird folglich verglichen zu den Spannungsschwankungen am Eingang eine deutlich reduzierte Spannungsschwankung erfahren. Außerdem benutzt man Z-Dioden zur Spannungsbegrenzung. Da sie für Sperrspannungen größer als U_Z niederohmig werden, können Spannungsspitzen abgeschnitten werden.

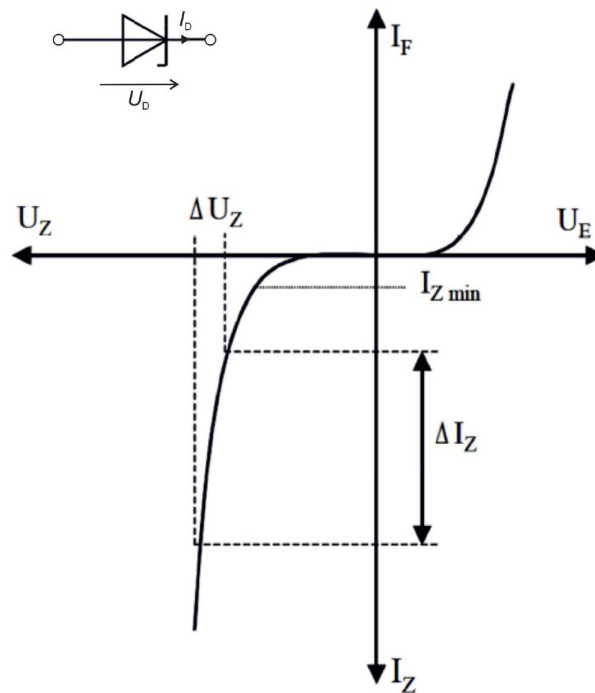


Abb. 15: Typischer Kennlinienverlauf einer Zenerdiode, sowie deren Schaltsymbol

7 Vorbereitende Aufgaben

(a) Machen Sie sich mit den im Praktikum vorkommenden Gerätschaften bereits schon zu Hause vertraut, damit ein reibungsloser Ablauf vonstatten gehen kann.

Ein nicht Vorbereiten führt zu einem Ausschluss der Veranstaltung.

Labornetzteil:	PeakTech 6035D
Hand-Multimeter:	PeakTech 3430
Stand-Multimeter:	mtx 3250
Funktionsgenerator:	mtx 3240
Oszilloskop:	Keysight DSO1052B

Machen Sie sich insbesondere mit der Anleitung des Oszilloskops vertraut und recherchieren Sie, wie Sie in den X-Y Modus wechseln können.

(b) Bei der Messschaltung nach Abb. 2 entstehen Messfehler aufgrund der endlichen Innenwiderstände der beteiligten Messgeräte. Berechnen Sie die auftretenden relativen Fehler von Strom und Spannung nach:

$$\frac{\Delta I}{I_w} = \frac{I - I_w}{I_w} \quad \text{und} \quad \frac{\Delta U}{U_w} = \frac{U - U_w}{U_w} \quad (10)$$

beide jeweils für die zwei folgenden Messfälle:

- Messfall I: Innenwiderstand des Strommessgeräts $R_A = 1\Omega$, Spannungsmessgerät ideal.
- Messfall II: Strommessgerät ideal, Innenwiderstand des Spannungsmessgerät $R_V = 2\text{ M}\Omega$.

Der zu messende Widerstand beträgt $R_x = 220\text{ k}\Omega$. Bestimmen Sie die relativen Fehler für den Bezugsfall, dass die wahren Werte von Strom und Spannung I_w und U_w auftreten, wenn sich die Messgeräte beide ideal verhalten.

(c) Berechnen Sie den Effektivwert und den Gleichrichtwert für ein sinusförmiges Signal, ein Rechteck- und ein Dreiecksignal nach Abb. 10. Mit welchen Werten muss man den gemessenen Effektivwert beim Rechteck- und Dreiecksignal multiplizieren, wenn man mit einem Messgerät arbeitet, das keine echte Effektivwertmessung (TRMS) durchführt?

8 Messaufgaben

Zur Durchführung der Messungen benötigen Sie neben den verschiedenen Messgeräten und Verbindungskabeln das Schaltbrett nach Abb. 16 und für die letzte Messaufgabe 6.4 einen zusätzlichen Übertrager zur Potenzialtrennung.

8.1 Gleichspannungen und Gleichströme

In diesem Versuchsteil wird der denkbar einfachste elektrotechnische Versuch durchgeführt. Sie sollen an einem durch eine Gleichspannungsquelle gespeisten Widerstand R_x Strom und Spannung messen. Bei dieser Gelegenheit werden Sie den Umgang mit den digitalen Multimetern lernen. Grundsätzlich wird die Messschaltung nach Abb. 2 verwendet, wobei Sie zwei digitale Multimeter zur Verfügung haben.

verschiedene Quellen	Messaufgabe 8.1/2	Messaufgabe (nicht benötigt)	Messaufgabe 8.4
-------------------------	----------------------	---------------------------------	--------------------

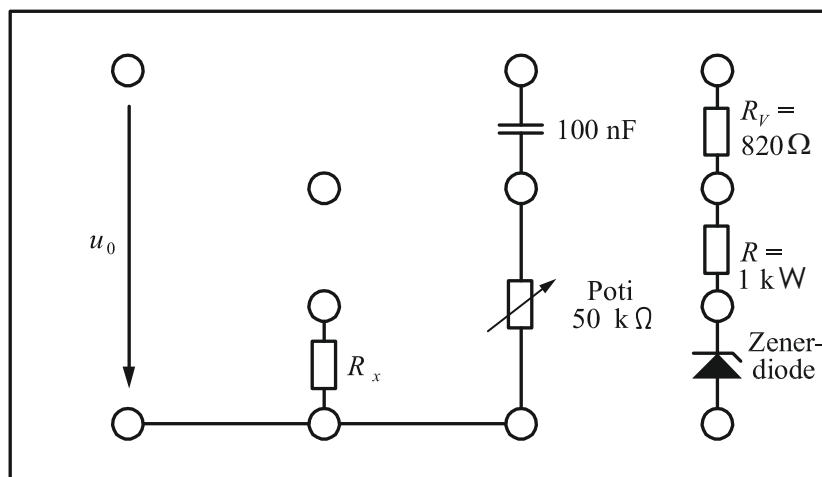


Abb. 16: Schaltbrett zu diesem Versuch. Die Kreise kennzeichnen Buchsen, die Sie verkabeln können. Die eingezeichneten elektrischen Bauelemente sind bereits fest eingelötet.

Messungen:

Zunächst muss die Übereinstimmung der beiden Multimeter überprüft werden. Entwerfen Sie zwei Schaltungen, bestehend aus Gleichspannungsquelle, Widerstand und den beiden Multimetern, mit denen Sie mit beiden Multimetern dieselbe Spannung bzw. denselben Strom messen können. Führen Sie die Messungen mit den Werten: $U = 4, 8, 12 \text{ V}$ durch.

Realisieren Sie nun die Messschaltung nach Abb. 2 und messen Sie zweimal Strom und Spannung wie folgt: Setzen Sie zunächst das handliche Multimeter zur Strom- und das stationäre Multimeter zur Spannungsmessung ein (Messfall I). Danach führen Sie die Messung mit vertauschten Rollen der beiden Multimeter durch (Messfall II).

Auswertung:

Gehen Sie von der Annahme aus, dass sich das digitale Multimeter ideal verhält (was bedeutet das?). Berechnen Sie unter dieser Annahme den Wert des benutzten Widerstands R_x . Berechnen Sie ferner den wesentlichen auftretenden Messfehler. Geben Sie ihn als relativen Fehler, bezogen auf die ohne Anwesenheit der Messgeräte am Widerstand R_x auftretenden Werte, an.

8.2 Wechselspannungen und Wechselströme mit und ohne Gleichanteil

Messungen:

Mit dem Funktionsgenerator können Sie verschiedene Wechselspannungsverläufe mit und ohne Gleichanteil erzeugen. Generieren Sie eine sinusförmige eine rechteckförmige und eine dreieckförmige Spannung mit und ohne Offset. Stellen Sie die Amplituden der Wechselanteile mithilfe des Oszilloskops auf 3 V ein und verwenden Sie einen Gleichanteil von 2 V.

Verwenden Sie eine Frequenz von etwa 1kHz. Führen Sie die folgenden Messungen jeweils für alle drei Signale durch:

- Mit dem handlichen Multimeter: messen Sie die im Gleichspannungs- und im Wechselspannungsbereich angezeigten Spannungen.
- Mit dem stationären Multimeter: messen Sie die Effektivwerte in den beiden Einstellungen "V_{AC}TRMS" (Effektivwert nur des Wechselanteils) und "V_{AC+DC}TRMS" (Effektivwert von Gleich- und Wechselspannung zusammen).
- Zeichnen Sie die Verläufe der drei Signalformen ohne Gleichanteil und skalieren Sie die Achsen. Zusätzlich zeichnen Sie ein Dreieck-Signal mit einem Gleichanteil von 2 V. Bestimmen Sie zu den Verläufen die Frequenz, die Periodendauer sowie die Peak-Peak-Spannung U_{pp} .

Auswertung:

Überprüfen Sie die gemessenen Ergebnisse. Zur Überprüfung der mit dem Multimeter erhaltenen Werte müssen Sie sich überlegen, was Sie eigentlich im Gleich- und Wechselspannungsbereich gemessen haben. Für die Auswertung benötigen Sie die in der vorbereitenden Aufgabe (b) berechneten Effektivwerte und Gleichrichtwerte.

8.3 Phasenverschiebungen

Es werden die Phasenverschiebungen an einem speziellen Zweitor gemäß Abschnitt 3 gemessen. Bei dem Zweitor handelt es sich um ein CR-Glied mit variablem Widerstand ("Potenziometer"). Durch Drehen am Potenziometer können verschiedene Phasenverschiebungen eingestellt werden.

Messungen:

Betrachten Sie das Eingangs- und Ausgangssignal auf dem Oszilloskop. Stellen Sie durch Variation des Potenziometers zwei unterschiedliche Phasenlagen ($\Delta\phi = 30^\circ$ und $\Delta\phi = 90^\circ$) ein und messen Sie die Phasendifferenzen zwischen Ein- und Ausgang jeweils genau mit dem Oszilloskop und gemäß Abschnitt 3 die Effektivwerte mit dem Digitalmultimeter.

Auswertung:

Berechnen Sie für beide Potenziometerstellungen die Phasenverschiebungen zwischen Ein- und Ausgang nach beiden Messmethoden. Zeichnen Sie jeweils ein maßstäbliches Zeigerbild der Spannungen.

8.4 Kennlinie einer Zenerdiode

Dieser Versuchsteil folgt Abschnitt 4. Als spezielles Eintor wird in diesem Versuch eine "Zenerdiode" verwendet. Während eine normale Diode in eine Spannungsrichtung leitet und in die andere sperrt, wird die Zenerdiode ab einer bestimmten Spannung auch in "Sperrichtung" leitend.

Messungen:

Realisieren Sie die Messschaltung nach Abb. 14. Da das Oszilloskop einseitig geerdete Eingänge besitzt, kann der ebenfalls einseitig geerdete Ausgang des Funktionsgenerators nicht direkt benutzt werden, um die Schaltung zu speisen. Aus diesem Grunde wird zur Potenzialtrennung ein Übertrager zwischengeschaltet, dessen Sekundärwicklung potenzialfrei ist. Beachten Sie das Schaltbild im während des Versuches ausgeteilten Umdruck.

Nehmen Sie im x-y-Modus die Kennlinie der Zenerdiode bei sinusförmiger Anregung mit einer Frequenz von etwa 300 Hz auf. Skizzieren Sie die Kennlinie in ein Diagramm $U_R = f(U_Z)$, indem Sie Wertepaare vom Oszilloskop ablesen. Der Widerstand R zur Messung des Stroms besitzt den Wert 1 k Ω .

Stellen Sie Strom I_Z und Spannung U_Z der Zenerdiode auch als Zeitfunktionen auf dem Oszilloskop dar. Skizzieren Sie die beiden Zeitfunktionen in einem gemeinsamen Diagramm. Achten Sie dabei auf die korrekte Lage der Nulllinien von Strom und Spannung.

Auswertung:

Skalieren Sie die Strom-Achse der bereits gezeichneten Kennlinie, so dass Sie die gewünschte Kennlinie $I_Z = f(U_Z)$ darstellen. Erklären Sie ferner den Verlauf der gemessenen Zeitfunktionen von Zenerstrom und -spannung. Beachten Sie dabei den Zusammenhang der Verläufe im Hinblick auf den Betriebszustand und erklären sie diesen.

9 Literatur

Schrüfer, Elmar: Elektrische Messtechnik, Hanser Fachbuchverlag 2004, ISBN 3446220704

Becker, W-J., Bonfig, K.W., Höing, K.: Handbuch der elektrischen Messtechnik, Hüthig Verlag Heidelberg, 2000, ISBN 3-7785-2769-X

Versuch E1 – Strom- und Spannungsmessungen, Kompensationsmessverfahren

Für Studierende mit Physik als Nebenfach

Inhaltsverzeichnis

1	Vorbemerkung	2
2	Grundlagen	2
2.1	Der Spannungsteiler	2
2.2	Ersatzspannungsquelle für lineare Schaltungen	3
2.3	Spannungsmessung durch Kompensation	3
2.4	Strommessung durch Kompensation	4
3	Vorbereitende Aufgaben	5
4	Versuchsdurchführung	5
4.1	Strom-Spannungs-Kennlinie einer Quelle	5
4.2	Der Spannungsteiler ohne und mit Belastung	7
5	Auswertung	7
6	Literatur	8

Lernziele

- Idee des Kompensationsmessverfahrens verstehen
- Praktische Erfahrungen beim Aufbau elektrischer Schaltungen sammeln
- Grundsätzliche Überlegungen beim Entwurf von Messschaltungen kennen lernen (z.B. Trennung der Messschaltungen für Strom und Spannung)

1 Vorbemerkung

Bitte arbeiten Sie diese Versuchsunterlagen sorgfältig durch. Lösen Sie auch die vorbereitenden Aufgaben (Kap. 3). Dadurch können Sie kontrollieren, ob Sie für den Versuch ausreichend vorbereitet sind. Bringen Sie die Lösungen der Vorbereitungsaufgaben zum Praktikumstermin mit.

2 Grundlagen

2.1 Der Spannungsteiler

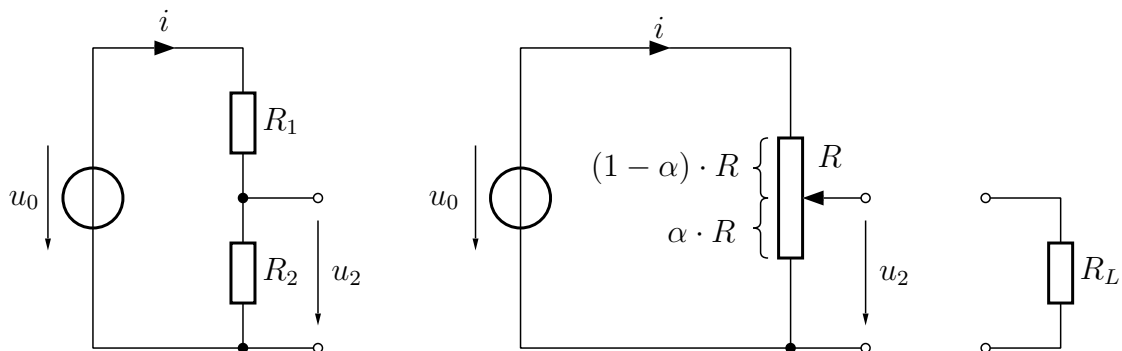


Abbildung 1: Ein Spannungsteiler kann aus zwei diskreten Widerständen R_1 und R_2 oder als einstellbarer Spannungsteiler aus einem Widerstand R mit verschiebbarem Mittelabgriff aufgebaut werden. Die Stellung des Mittelabgriffs wird durch den Wert von α angegeben ($0 \leq \alpha \leq 1$).

Schaltet man zwei ohmsche Widerstände R_1 und R_2 gemäß Abb. 1 mit einer Spannungsquelle u_0 zusammen, so kann man am Widerstand R_2 eine Spannung $u_2 < u_0$ abgreifen. In dem durch die Spannungsquelle und die beiden Widerstände gebildeten Stromkreis fließt der Strom $i = u_0 / (R_1 + R_2)$. Damit erhält man für die Spannung u_2 am Widerstand R_2 den Wert

$$u_2 = R_2 i = u_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Häufig werden die Widerstände R_1 und R_2 durch einen einzigen Widerstand R mit verschiebbarem Mittelabgriff gebildet. Die Spannung u_2 errechnet sich in diesem Fall mit $R_1 = (1 - \alpha) R$, $R_2 = \alpha R$ und $R = R_1 + R_2$ zu $u_2 = \alpha u_0$ ($0 \leq \alpha \leq 1$).

Die oben angegebene Beziehung zur Berechnung von u_2 gilt nur für den unbelasteten Spannungsteiler. Durch Anschluss eines Lastwiderstandes R_L wird der Spannungsteiler belastet, und die Spannung u_2 sinkt. Rechnerisch lässt sich dies erfassen, wenn man die entstandene Parallelschaltung aus R_2 und R_L zu einem Ersatzwiderstand R'_2 zusammenfasst und R'_2 statt R_2 in die oben angegebene Formel zur Berechnung von u_2 einsetzt – man erhält

$$u_2 = u_0 \frac{R'_2}{R_1 + R'_2}$$

mit

$$R'_2 = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_L} \right)^{-1}.$$

2.2 Ersatzspannungsquelle für lineare Schaltungen

Beliebige Zusammenschaltungen aus idealen Quellen und linearen Schaltelementen (z.B. ohmschen Widerständen) verhalten sich linear. Die Strom-Spannungs-Kennlinie einer linearen Schaltung ist eine Gerade. Jede lineare Schaltung kann also durch eine Ersatzspannungsquelle ersetzt werden, wie sie in Abb. 2 dargestellt ist, wenn man deren Elemente u_i und R_i entsprechend wählt.

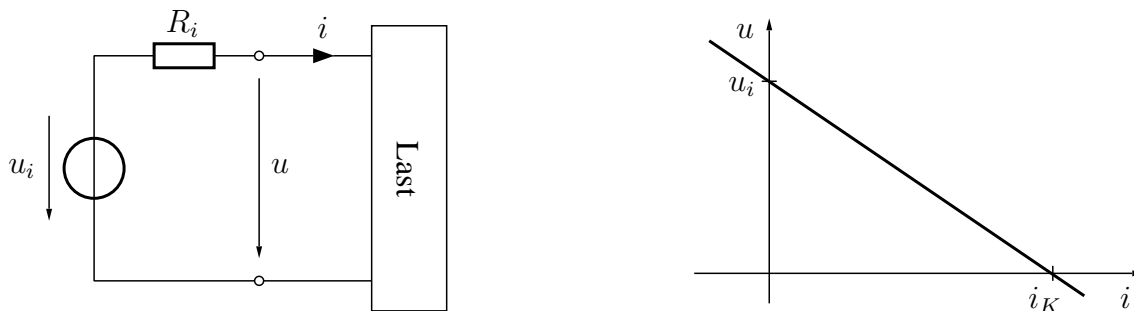


Abbildung 2: Ersatzspannungsquelle mit den Elemente u_i und R_i . Abhängig von der angeschlossenen Last ergibt sich als Strom-Spannungs-Kennlinie eine Gerade. Die negative Steigung dieser Geraden ist gleich dem Innenwiderstand R_i der Ersatzspannungsquelle – es gilt $R_i = u_i/i_K$.

2.3 Spannungsmessung durch Kompensation

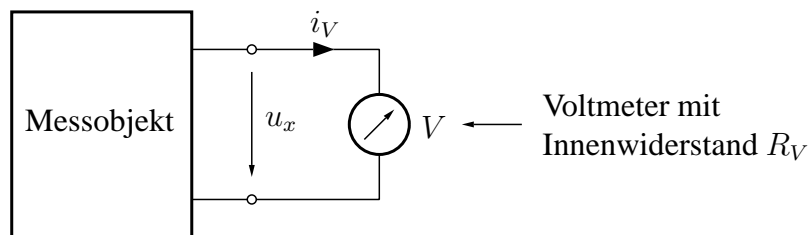


Abbildung 3: Spannungsmessung durch Anschließen eines Voltmeters direkt an die Klemmen des Messobjekts

Die Messung der Spannung u_x an den Klemmen eines Messobjekts erfolgt meist durch Anschließen eines Voltmeters direkt an die Klemmen des Messobjekts (siehe Abb. 3). Da allerdings jedes Voltmeter einen endlich großen Innenwiderstand R_V aufweist, fließt durch das Voltmeter der Strom $i_V = u_x/R_V$. Dieser Strom wird dem Messobjekt entnommen und kann die Spannungsmessung beeinflussen.

Mit Hilfe eines Kompensationsmessverfahrens kann man den Strom i , welcher dem Messobjekt entnommen wird, zu Null machen und damit eine mögliche Beeinflussung der Spannungsmessung vermeiden. Die dazu erforderliche Schaltung ist in Abb. 4 dargestellt. Die Messung der Spannung u_x am Messobjekt erfolgt durch Vergleich mit einer Spannung u_y , die von einem Voltmeter gemessen und angezeigt wird. u_y wird von einer (Hilfs-)Spannungsquelle $u_H \geq u_y$ und einem einstellbaren Spannungsteiler R bereitgestellt. Je nach Stellung des Abgriffs am einstellbaren Spannungsteiler kann u_y kleiner, größer oder gleich u_x sein. Der Strom i durch das Amperemeter A verschwindet genau dann, wenn $u_x = u_y$ gilt, denn dann ist keine Potentialdifferenz zwischen den Klemmen des Amperemeters vorhanden, die einen Strom durch

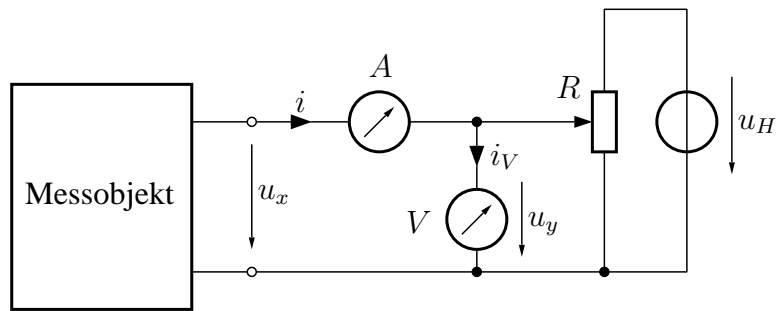


Abbildung 4: Spannungsmessung mit Hilfe eines Kompensationsmessverfahrens. Durch Einstellung des Spannungsteilers R wird der Strom i zu Null abgeglichen, und es gilt $u_x = u_y$.

das Amperemeter treiben könnte. Als Amperemeter verwendet man ein möglichst empfindliches Messinstrument, welches sowohl positive wie auch negative Ströme anzeigen kann, also beispielsweise ein Zeigerinstrument mit Mittelstellung des Zeigers im stromlosen Zustand. Die Messung der Spannung u_x erfolgt nun folgendermaßen: Man verschiebt den Mittelabgriff des Spannungsteilers R so lange, bis das Amperemeter A den Strom $i = 0$ anzeigt. Nun kann $u_y = u_x$ am Voltmeter V abgelesen werden.

2.4 Strommessung durch Kompensation

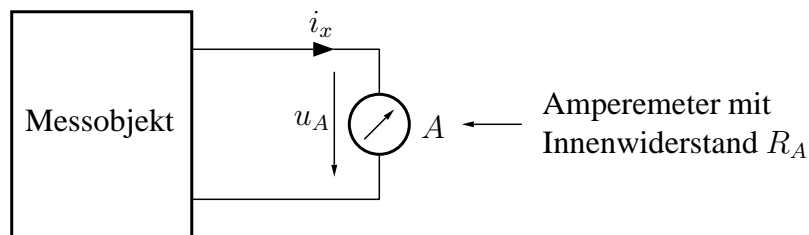


Abbildung 5: Strommessung durch Einschalten eines Amperemeters in den Leiter mit dem zu messenden Strom i_x

Die Messung des Stromes i_x in einem Leiter erfolgt meist durch Auftrennen des Leiters und Einschalten eines Strommessgerätes (siehe Abb. 5). Da allerdings jedes Amperemeter einen Innenwiderstand $R_A > 0$ aufweist, fällt am Amperemeter eine Spannung u_A ab, welche die Strommessung beeinflussen kann.

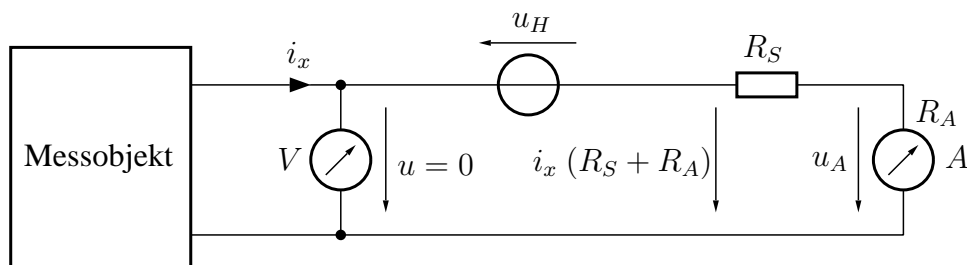


Abbildung 6: Strommessung mit Hilfe eines Kompensationsmessverfahrens. R_S wird so eingestellt, dass $u_H = i_x (R_S + R_A)$ gilt – dadurch wird die Spannung u zu Null, und der Strom i_x fließt vollständig durch das Amperemeter A .

Mit Hilfe eines Kompensationsmessverfahrens kann man den Spannungsabfall u_A kompensieren und damit eine mögliche Beeinflussung der Messung vermeiden. Die dazu erforderliche

Schaltung ist in Abb. 6 dargestellt. In Reihe mit dem Amperemeter wurden eine Hilfsspannungsquelle u_H und ein einstellbarer Widerstand R_S geschaltet. R_S wird so eingestellt, dass der Spannungsabfall an Amperemeter und Widerstand R_S zusammen genau gleich der Spannung u_H ist (Beachten Sie die Richtung der Hilfsspannungsquelle!). Dies wird mit Hilfe eines Spannungsmessgeräts kontrolliert, welches (durch Variation von R_S) auf den Wert $u = 0$ V abgeglichen wird. Dadurch wird der Strom durch dieses Spannungsmessgerät zu Null, und i_x fließt vollständig durch das Amperemeter A . Als Spannungsmessgerät verwendet man ein möglichst empfindliches Messinstrument, welches sowohl positive wie auch negative Spannungen anzeigen kann, also beispielsweise ein Zeigerinstrument mit Mittelstellung des Zeigers im spannungslosem Zustand. Auch ein empfindliches Amperemeter ist einsetzbar.

3 Vorbereitende Aufgaben

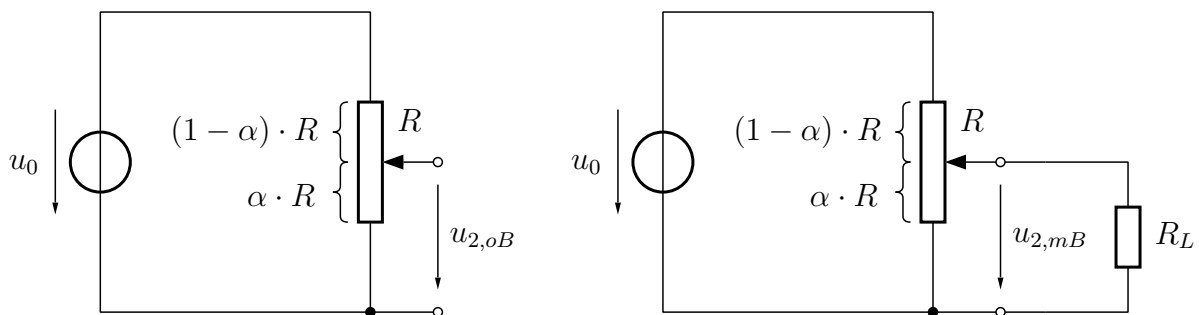


Abbildung 7: Unbelasteter und durch den Widerstand R_L belasteter Spannungsteiler

Betrachtet wird der in Abb. 7 dargestellte einstellbare Spannungsteiler. Im unbelasteten Zustand, als ohne Anschluss des Lastwiderstandes R_L , hat die Ausgangsspannung u_2 des Spannungsteilers den Wert $u_{2,oB}$. Zahlenwerte: $u_0 = 10$ V, $R = 10$ k Ω , $u_{2,oB} = 5$ V

- Auf welchem Wert α steht der Mittelabgriff des Spannungsteilers?
- Nun wird der Lastwiderstand $R_L = 10$ k Ω angeschlossen. Wie groß ist die sich nun einstellende Spannung $u_{2,mB}$?

4 Versuchsdurchführung

4.1 Strom-Spannungs-Kennlinie einer Quelle

Mit Hilfe der in Abb. 8 dargestellten Messschaltung soll ein Teil der Strom-Spannungs-Kennlinie (i_x in Abhängigkeit von u_x) einer Quelle (= Messobjekt) aufgenommen werden. Der Strom i_x , welcher der Quelle entnommen wird, kann mit Hilfe des verstellbaren Widerstandes R_1 variiert werden und wird vom Vielfachmessinstrument „Metrix“ im jeweils empfindlichsten möglichen der angegebenen Messbereiche angezeigt. Die Messung der Spannung u_x erfolgt mit Hilfe eines Kompensationsmessverfahrens. Für jeden Messpunkt muss der Strom Δi mit Hilfe des einstellbaren Spannungsteilers R_2 zu Null abgeglichen werden, so dass dann $u_y = u_x$ gilt und somit u_x am Voltmeter abgelesen werden kann. Die gesamte Messschaltung ist so aufgebaut, dass der Strom i_x in einem eigenen „Strompfad“ fließt und dadurch keine Spannungsabfälle in

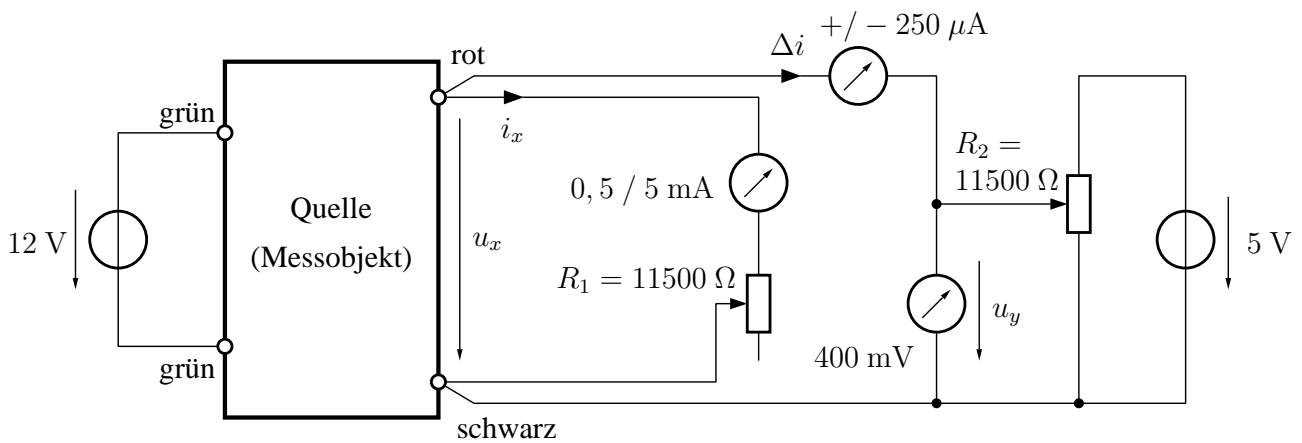


Abbildung 8: Messschaltung zur Bestimmung der Strom-Spannungs-Kennlinie einer Quelle (= Messobjekt)

Leitungen oder Steckkontakten verursachen kann, welche die Spannungsmessung verfälschen könnten.

Die beschriebene Messschaltung ist geeignet, den größten Teil der Strom-Spannungs-Kennlinie der Quelle auszumessen. Eine kleine Veränderung ist notwendig, um den Leerlauf der Quelle (d.h. $i_x = 0$) zu erfassen: Es ist notwendig, den Strompfad zu unterbrechen, beispielsweise durch Herausnehmen des Vielfachmessinstruments.

Völlig ungeeignet ist die Schaltung jedoch zur Messung des Kurzschlussstroms der Quelle. Der Strompfad weist immer einen endlich großen Widerstand auf, minimal den Innenwiderstand des als Amperemeter verwendeten Vielfachmessinstruments. Daher ist immer eine Spannung $u_x > 0$ erforderlich, um Strom durch den Strompfad zu treiben. Im Kurzschlussfall ist jedoch $u_x = 0$!

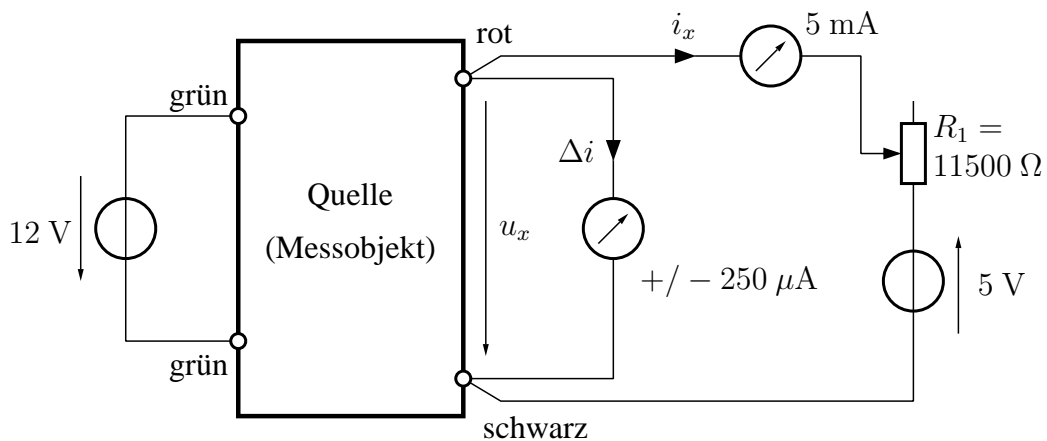


Abbildung 9: Messschaltung zur Bestimmung des Kurzschlussstroms einer Quelle

Um den Kurzschlussstrom der Quelle zu messen, soll die Schaltung aus Abb. 9 verwendet werden. Der Strom Δi muss durch geeignetes Einstellen des verstellbaren Widerstandes R_1 zu Null abgeglichen werden – in diesem Fall gilt auch für die Ausgangsspannung der Quelle $u_x = 0$, d.h. es liegt der erwünschte Kurzschluss der Quelle vor. Der Ausgangsstrom i_x der Quelle ist gleich dem gesuchten Kurzschlussstrom und kann am Vielfachmessinstrument (Messbereich 0,5 mA) abgelesen werden.

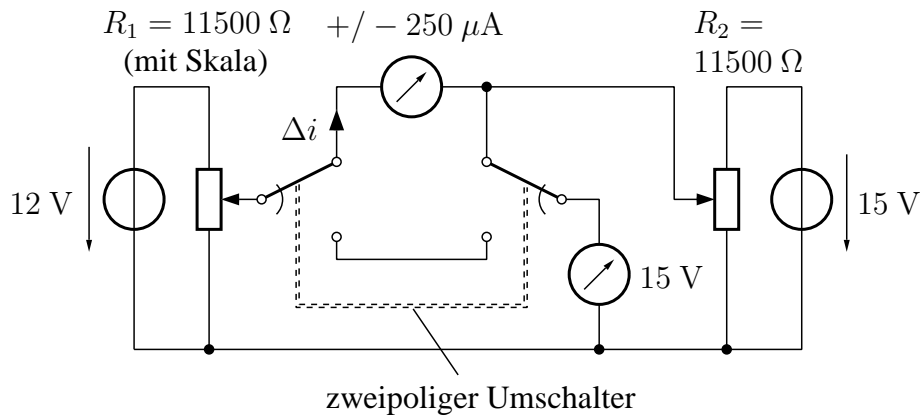


Abbildung 10: Schaltung zur Messung der Ausgangsspannung eines einstellbaren Spannungsteilers R_1 in Abhängigkeit von der Stellung des Mittelabgriffs. Die Ausgangsspannung von R_1 wird je nach Stellung des zweipoligen Umschalters mit Hilfe des Kompensationsmessverfahrens oder direkt durch das Voltmeter gemessen.

4.2 Der Spannungsteiler ohne und mit Belastung

Die in Abb. 10 dargestellte Schaltung soll zur Messung der Ausgangsspannung eines einstellbaren Spannungsteilers verwendet werden. Die Ausgangsspannung wird in der eingezeichneten Stellung des zweipoligen Umschalters mit Hilfe des Kompensationsmessverfahrens gemessen. Wegen des Abgleichs auf $\Delta i = 0$ wird der Spannungsteiler nicht belastet. (Dieser Abgleich muss für jeden Messpunkt neu vorgenommen werden!)

Durch Umschalten der Schaltkontakte wird das Voltmeter direkt an den Mittelabgriff des Spannungsteilers geschaltet, wodurch dann der durch das Voltmeter fließende Strom den Spannungsteiler belastet. Die gemessene Spannung wird je nach Stellung des Mittelabgriffs des Spannungsteilers verschieden stark vom unbelasteten Fall abweichen.

Im Versuch ist die Ausgangsspannung des Spannungsteilers für folgende Stellungen des Mittelabgriffs in jeweils beiden Stellungen des zweipoligen Umschalters aufzunehmen: $\alpha = 0; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; \dots 0,9; 0,95; 1$.

5 Auswertung

Zu 4.1:

- Zeichnen Sie die Strom-Spannungskennlinie der vermessenen Quelle.
- Berechnen Sie die Elemente der zugehörigen Ersatzspannungsquelle.

Zu 4.2:

- Zeichnen Sie die aufgenommenen Kennlinien des Spannungsteilers ohne und mit Belastung in ein einziges Diagramm ein.

6 Literatur

- Pregla, R.: Grundlagen der Elektrotechnik, Hüthig Verlag Heidelberg
- Albach, M.: Grundlagen der Elektrotechnik 1, Pearson Studium

Versuch I1 – *RLC*-Netzwerke

Inhaltsverzeichnis

1	Vorbemerkung	2
2	Grundlagen	2
2.1	Zeigerdarstellung sinusförmiger Zeitfunktionen	2
2.2	Sinusförmige Ströme und Spannungen in linearen Netzwerken	3
2.2.1	Die <i>RC</i> -Reihenschaltung	4
2.2.2	Die <i>RL</i> -Reihenschaltung	6
2.2.3	Der Reihenschwingkreis	8
2.2.4	Frequenzgangdarstellung	10
3	Vorbereitende Aufgaben	10
4	Versuchsdurchführung und Auswertung	10
4.1	Versuch: <i>RC</i> -Reihenschaltung	11
4.2	Versuch: <i>RL</i> -Reihenschaltung	11
4.3	Versuch: Reihenschwingkreis	11

Lernziele

- Messung sinusförmiger Spannungen in *RLC*-Netzwerken mit dem Oszilloskop und dem Multimeter
- Darstellung der Beziehung sinusförmiger Größen zueinander in Zeigerbildern
- Darstellung von Frequenzgängen in doppelt-logarithmischer Darstellung
- Bestimmung der Kenngrößen eines Reihenschwingkreises

1 Vorbemerkung

Bitte arbeiten Sie diese Versuchsunterlagen sorgfältig durch. Lösen Sie auch die vorbereitenden Aufgaben (Kap. 3). Dadurch können Sie kontrollieren, ob Sie für den Versuch ausreichend vorbereitet sind. Bringen Sie die Lösungen der Vorbereitungsaufgaben zum Praktikumstermin mit.

In der Elektrotechnik wird bei der Berechnung von RLC -Netzwerken mit sinusförmiger Anregung üblicherweise die komplexe Rechnung verwendet. Über die eulersche Formel besteht eine enge Beziehung zwischen Exponentialfunktionen und Winkelfunktionen, was viele notwendige Berechnungen und auch das Verständnis erheblich vereinfacht. Die Zielgruppe dieses Versuchsumdrucks besteht jedoch aus Studierenden der Chemie und der Biochemie im zweiten Studiensemester, denen der genannte Einsatz der komplexen Rechnung üblicherweise nicht vertraut ist. Daher wird hier auf die Verwendung der komplexen Rechnung vollständig verzichtet. Im Bereich Mathematik werden lediglich Schulkenntnisse vorausgesetzt. Im Bereich Elektrotechnik wird davon ausgegangen, dass die Begriffe Strom und Spannung, das ohmsche Gesetz sowie die kirchhoffschen Regeln bekannt sind.

2 Grundlagen

2.1 Zeigerdarstellung sinusförmiger Zeitfunktionen

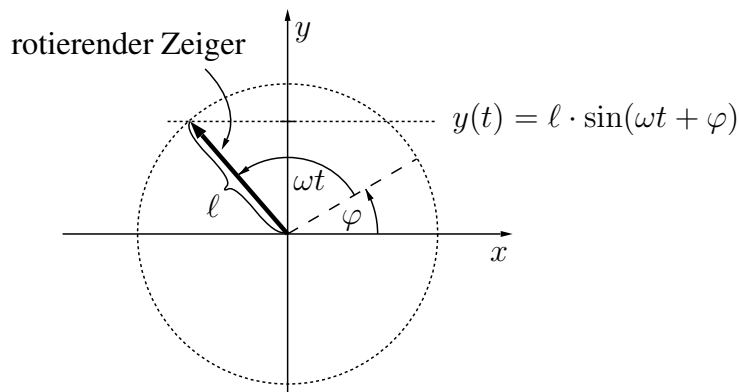


Abbildung 1: Veranschaulichung einer sinusförmigen Zeitfunktion: Ein rotierender Zeiger der Länge ℓ rotiert mit der Kreisfrequenz ω in einem xy -Koordinatensystem. Der Nullphasenwinkel ist φ . Die Zeigerspitze wandert auf einem Kreis mit dem Radius ℓ , welcher seinen Mittelpunkt im Ursprung hat. Die y -Koordinate des rotierenden Zeigers folgt der Zeitfunktion $y(t) = \ell \sin(\omega t + \varphi)$.

Betrachtet wird ein Zeiger der Länge ℓ , der sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um seinen Fußpunkt im Ursprung eines xy -Koordinatensystems dreht (siehe Abb. 1). Zum Zeitpunkt $t = 0$ schließt der Zeiger mit der x -Achse den Nullphasenwinkel φ ein. Die y -Koordinate der Zeigerspitze folgt der sinusförmigen Zeitfunktion $y(t) = \ell \sin(\omega t + \varphi)$. Diese ist durch drei Parameter gekennzeichnet: ℓ (Amplitude), ω (Kreisfrequenz) und φ (Nullphasenwinkel, auch kurz Phase genannt). Die Kreisfrequenz ω (Einheit: $[\omega] = \text{s}^{-1}$) hängt mit der Frequenz f (Einheit: $[f] = \text{Hz}$) über $\omega = 2\pi f$ zusammen.

Der Zusammenhang zwischen drehenden Zeigern und sinusförmigen Zeitfunktionen wird vielfach zur Veranschaulichung der Beziehung zwischen verschiedenen sinusförmigen Zeitfunktionen

in Form sogenannter Zeigerbilder verwendet. Werden beispielsweise zwei Zeitfunktionen $y_1(t) = \ell_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$ und $y_2(t) = \ell_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$ zueinander addiert, lässt sich diese Addition wie in Abb. 2 durch die Addition rotierende Zeiger darstellen. Man erhält den zur Zeitfunktion $y_3(t) = y_1(t) + y_2(t)$ gehörenden Zeiger y_3 , indem man wie bei der Addition von Vektoren den zu $y_2(t)$ gehörenden Zeiger y_2 mit dem Fußpunkt an die Spitze des zu $y_1(t)$ gehörenden Zeigers y_1 zeichnet. Der Zeiger y_3 zeigt dann vom Fußpunkt von y_1 zur Spitze von y_2 .

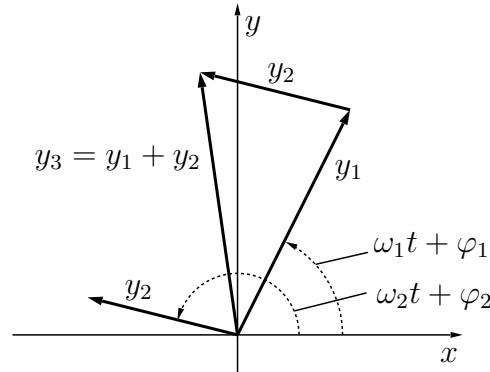


Abbildung 2: Zeigerbild der Zeiger y_1 , y_2 und y_3 zu einem willkürlichen Zeitpunkt t . Die Summe der beiden Zeiger y_1 und y_2 wird grafisch wie bei einer Addition von Vektoren in einer Ebene bestimmt. Man erhält einen Zeiger y_3 , der vom Fußpunkt von y_1 zur Spitze von y_2 zeigt.

In den in diesem Versuch behandelten RLC -Netzwerken haben alle auftretenden sinusförmigen Größen dieselbe Kreisfrequenz ω . Mit $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ erhält man für $y_3(t) = y_1(t) + y_2(t) = \ell_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + \ell_2 \sin(\omega t + \varphi_2) = \ell_3 \sin(\omega t + \varphi_3)$ wiederum eine sinusförmige Funktion mit der Amplitude ℓ_3 und dem Nullphasenwinkel φ_3 . Die Verdrehung aller drei Zeiger relativ zueinander ist zu jedem Zeitpunkt konstant. ℓ_3 und φ_3 können mit Hilfe geometrischer Überlegungen berechnet werden. Dies ist insbesondere dann besonders einfach, wenn y_1 , y_2 und y_3 ein rechtwinkliges Dreieck bilden.

2.2 Sinusförmige Ströme und Spannungen in linearen Netzwerken

In diesem Versuch werden elektrische Netzwerke mit sinusförmigen Strömen (Formelzeichen i) und Spannungen (Formelzeichen u) betrieben. Sie bestehen aus ohmschen Widerständen (Formelzeichen R), Kapazitäten (Formelzeichen C) und Induktivitäten (Formelzeichen L). Dabei handelt es sich um elektrische Zweipole (d.h. Schaltelemente mit jeweils zwei Anschlüssen), welche durch lineare Zweipolgleichungen gemäß Gl. (1) definiert sind.

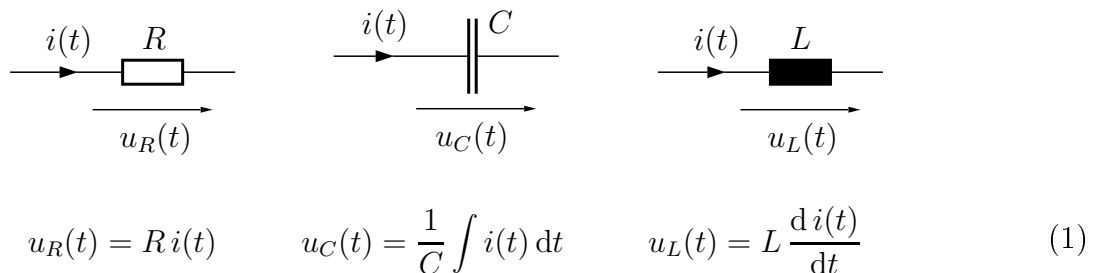


Abbildung 3: Definition der Schaltelemente R , C und L über ihre Zweipolgleichungen

Durch Zusammenschalten einer beliebigen Anzahl solcher Schaltelemente entsteht immer ein lineares Netzwerk. Eine für diesen Versuch wichtige Eigenschaft linearer Netzwerke ist, dass ein sinusförmiger Strom oder eine sinusförmige Spannung innerhalb des Netzwerks ebenfalls

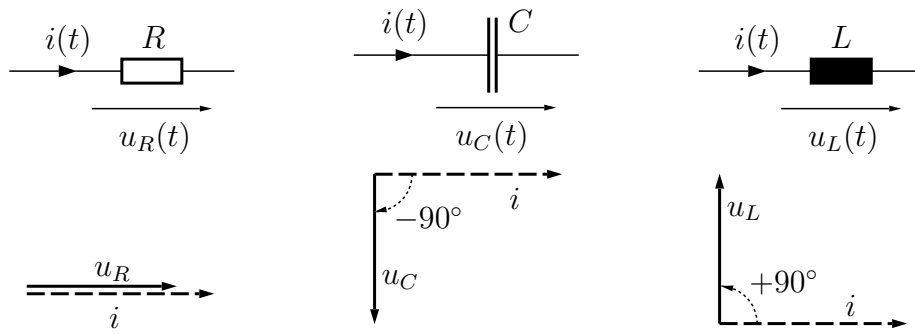


Abbildung 4: Zeigerbilder von Strom und Spannung an den Schaltelementen R , C und L bei einem sinusförmigen Strom gemäß Gl. (2), dargestellt jeweils zu einem Zeitpunkt t , zu dem $\omega t + \varphi_i = 0$ gilt

sinusförmige Ströme und Spannungen zur Folge hat, welche sich in ihrer Amplitude und Phase unterscheiden können, aber alle dieselbe Frequenz bzw. Kreisfrequenz haben. Die zu den Strömen und Spannungen gehörenden rotierenden Zeiger können also unterschiedlich lang und/oder relativ zueinander verdreht sein, sie rotieren aber alle mit derselben Winkelgeschwindigkeit – ihre Lage relativ zueinander bleibt konstant.

Betrachtet wird nun ein Strom

$$i(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i) \quad , \quad (2)$$

welcher durch die einzelnen Schaltelemente fließt. Die Kreisfrequenz ω hängt mit der Frequenz f über $\omega = 2\pi f$ zusammen. Mit den Zweipolgleichungen (1) erhält man folgende Spannungen:

$$u_R(t) = R \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i) = \hat{U}_R \sin(\omega t + \varphi_i) \quad \text{mit} \quad \hat{U}_R = R \hat{I} \quad (3)$$

Die Phase der Spannung am Widerstand ist gleich der Phase des Stroms, die zugehörigen rotierenden Zeiger zeigen also in dieselbe Richtung (siehe Abb. 4 links). Die Amplitude der Spannung ist von der Frequenz unabhängig.

$$u_C(t) = \frac{\hat{I}}{\omega C} (-\cos(\omega t + \varphi_i)) = \hat{U}_C \sin(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}) \quad \text{mit} \quad \hat{U}_C = \frac{\hat{I}}{\omega C} \quad (4)$$

Die Phase der Spannung an der Kapazität ist um $\pi/2$ oder 90° kleiner als die Phase des Stroms. Man sagt: Die Spannung eilt dem Strom um 90° nach (siehe Abb. 4 Mitte). Die Amplitude der Spannung ist von der Frequenz abhängig, sie wird mit zunehmender Frequenz kleiner.

$$u_L(t) = \omega L \hat{I} \cos(\omega t + \varphi_i) = \hat{U}_L \sin(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}) \quad \text{mit} \quad \hat{U}_L = \omega L \hat{I} \quad (5)$$

Die Phase der Spannung an der Induktivität ist um $\pi/2$ oder 90° größer als die Phase des Stroms. Man sagt: Die Spannung eilt dem Strom um 90° voraus (siehe Abb. 4 rechts). Die Amplitude der Spannung ist von der Frequenz abhängig, sie wird mit zunehmender Frequenz größer.

2.2.1 Die RC -Reihenschaltung

Betrachtet wird die Schaltung in Abb. 5. Durch beide Schaltelemente C und R fließt derselbe Strom $i(t)$ gemäß Gl. (2). Aufgrund der kirchhoffschen Maschenregel erhält man mit den

Gleichungen (3) und (4)

$$u_0(t) = u_C(t) + u_R(t) = \frac{\hat{I}}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}) + R \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i) = \hat{U}_0 \sin(\omega t + \varphi_{u0}) \quad (6)$$

$u_0(t)$ ist eine sinusförmige Spannung mit der Amplitude \hat{U}_0 und dem Nullphasenwinkel φ_{u0} . Im Zeigerbild der Spannungen bilden die Zeiger u_C , u_R und u_0 ein rechtwinkliges Dreieck, weil sich die Nullphasenwinkel von u_C und u_R um 90° unterscheiden. Die Berechnung von \hat{U}_0 und φ_{u0} ist leicht mit Hilfe des Satzes des Pythagoras und der Winkelfunktionen möglich, soll hier aber nicht weiter ausgeführt werden.

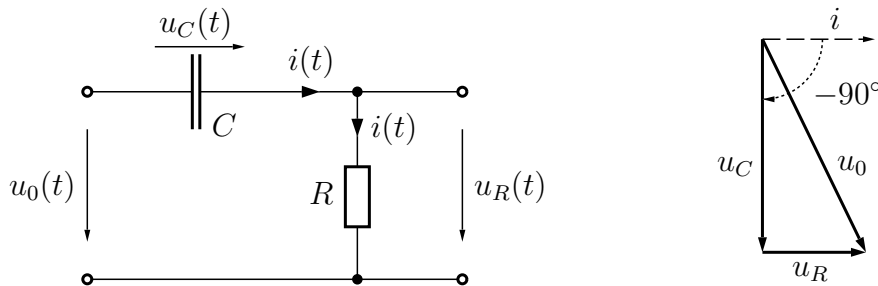


Abbildung 5: RC-Reihenschaltung und das Zeigerbild des Stroms und der Spannungen zu einem Zeitpunkt, zu dem $\omega t + \varphi_i = 0$ gilt

RC-Reihenschaltungen werden in der Nachrichtentechnik häufig als Hochpass-Filter eingesetzt, weil die Amplitude \hat{U}_R der Spannung $u_R(t)$ (= Ausgangsspannung) bei hohen Frequenzen ähnlich groß ist wie die Amplitude \hat{U}_0 der Spannung $u_0(t)$ (= Eingangsspannung), bei niedrigen Frequenzen jedoch deutlich kleiner. Dies ist beim Vergleich der Zeigerbilder ganz links und ganz rechts in Abb. 6 erkennbar. Die Grenzfrequenz f_g des Hochpass-Filters ist so definiert, dass die Amplitude der Ausgangsspannung um den Faktor $\sqrt{2}$ kleiner ist als die Amplitude der Eingangsspannung:

$$\hat{U}_R|_{f=f_g} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{U}_0 \quad (7)$$

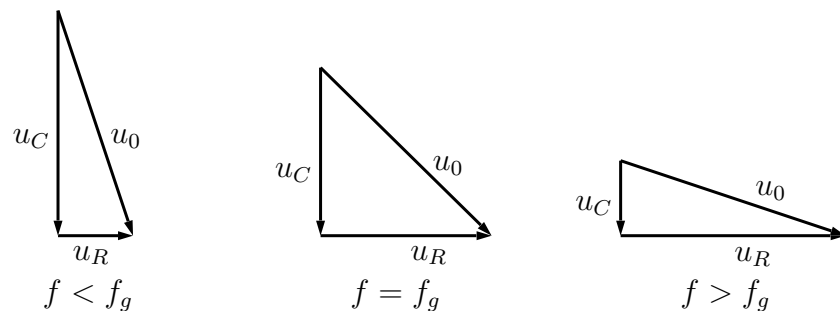


Abbildung 6: Zeigerbilder der Spannungen in der RC-Reihenschaltung für verschiedene Frequenzen f . In allen Zeigerbildern ist der Zeitpunkt der Darstellung so gewählt, dass $\omega t + \varphi_i = 0$ gilt. Bei der Frequenz $f = f_g$ im mittleren Zeigerbild bilden die Zeiger ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck. Die Zeiger u_C und u_R sind gleich lang, u_0 ist um den Faktor $\sqrt{2}$ länger als u_C und u_R .

Bei $f = f_g$ bilden die Zeiger u_C , u_R und u_0 ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse u_0 und den gleich langen Katheten u_C und u_R . Aus $\hat{U}_C = \hat{U}_R$, den Gleichungen (3) und (4) und mit $\omega = 2\pi f_g$ erhält man

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC} \quad (8)$$

Das Produkt $\tau = RC$ aus den Werten des Widerstandes und der Kapazität heißt Zeitkonstante der RC -Reihenschaltung.

2.2.2 Die RL -Reihenschaltung

Betrachtet wird die Schaltung in Abb. 7. Durch beide Schaltelemente L und R fließt derselbe Strom $i(t)$ gemäß Gl. (2). Aufgrund der kirchhoffschen Maschenregel erhält man mit (3) und (5)

$$u_0(t) = u_L(t) + u_R(t) = \omega L \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}) + R \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i) = \hat{U}_0 \sin(\omega t + \varphi_{u0}) \quad . \quad (9)$$

$u_0(t)$ ist eine sinusförmige Spannung mit der Amplitude \hat{U}_0 und dem Nullphasenwinkel φ_{u0} . Im Zeigerbild der Spannungen bilden die Zeiger u_L , u_R und u_0 ein rechtwinkliges Dreieck, weil sich die Nullphasenwinkel von u_L und u_R um 90° unterscheiden.

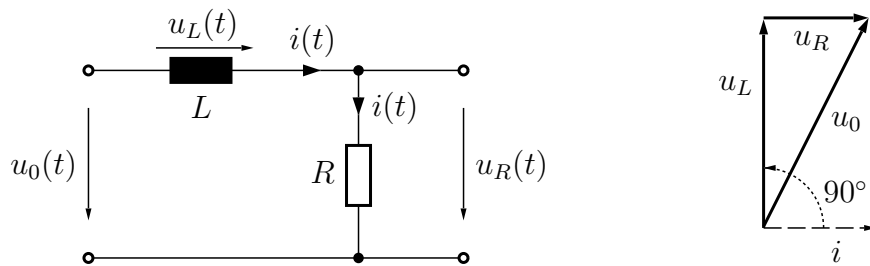


Abbildung 7: RL -Reihenschaltung und das Zeigerbild des Stroms und der Spannungen zu einem Zeitpunkt, zu dem $\omega t + \varphi_i = 0$ gilt

RL -Reihenschaltungen werden in der Nachrichtentechnik häufig als Tiefpass-Filter eingesetzt, weil die Amplitude \hat{U}_R der Spannung $u_R(t)$ (= Ausgangsspannung) bei niedrigen Frequenzen ähnlich groß ist wie die Amplitude \hat{U}_0 der Spannung $u_0(t)$ (= Eingangsspannung), bei hohen Frequenzen jedoch deutlich kleiner. Dies ist beim Vergleich der Zeigerbilder ganz links und ganz rechts in Abb. 8 erkennbar. Die Grenzfrequenz f_g des Tiefpass-Filters ist wie beim Hochpass-Filter gemäß Gl. (7) so definiert, dass die Amplitude der Ausgangsspannung um den Faktor $\sqrt{2}$ kleiner ist als die Amplitude der Eingangsspannung.

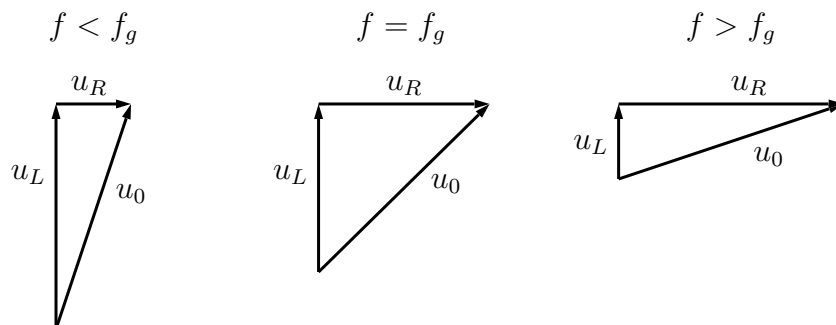


Abbildung 8: Zeigerbilder der Spannungen in der RL -Reihenschaltung für verschiedene Frequenzen f . In allen Zeigerbildern ist der Zeitpunkt der Darstellung so gewählt, dass $\omega t + \varphi_i = 0$ gilt. Bei der Frequenz $f = f_g$ im mittleren Zeigerbild bilden die Zeiger ein gleichschenkeliges rechtwinkliges Dreieck. Die Zeiger u_L und u_R sind gleich lang, u_0 ist um den Faktor $\sqrt{2}$ länger als u_L und u_R .

Bei $f = f_g$ bilden die Zeiger u_L , u_R und u_0 ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse u_0 und den gleich langen Katheten u_L und u_R . Aus $\hat{U}_L = \hat{U}_R$, den Gleichungen (3) und (5) und mit $\omega = 2\pi f_g$ erhält man

$$f_g = \frac{R}{2\pi L} \quad . \quad (10)$$

Der Quotient $\tau = L/R$ aus den Werten des Widerstandes und der Induktivität heißt Zeitkonstante der RL -Reihenschaltung.

Die Realisierung einer Induktivität erfolgt meist in Form einer elektrischen Spule, bei der eine Anzahl Windungen eines Kupferdrahts auf einen ferromagnetischen Kern aufgebracht wird. Wenn man die nichtlinearen Magnetisierungseigenschaften des Kerns vernachlässigen kann, bleibt als nicht-ideale Eigenschaft der Spule der ohmsche Widerstand des Kupferdrahts R_L , der sog. Innenwiderstand der Spule. Das Ersatzschaltbild der Spule ist damit eine Reihenschaltung aus einer (idealen) Induktivität L und ihrem ohmschen Innenwiderstand R_L . Abb. 9 zeigt das dadurch veränderte Schaltbild der RL -Reihenschaltung sowie das Zeigerbild des Stroms und aller Spannungen. Für die Spannung an der Spule erhält man $u_{Spule}(t) = u_L(t) + u_{RL}(t)$ mit $u_{RL}(t) = R_L i(t)$. Die Zeiger u_{RL} und u_R sind gleichgerichtet, weil es sich in beiden Fällen um Spannungen an ohmschen Widerständen handelt, die mit demselben Strom verknüpft sind.

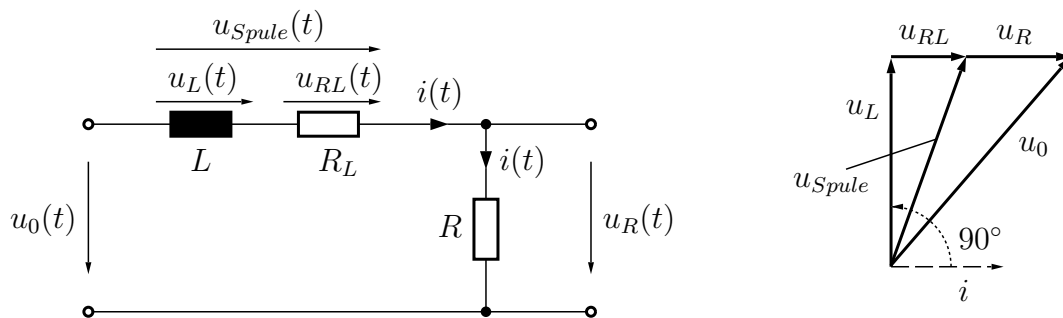


Abbildung 9: Schaltbild der RL -Reihenschaltung unter Verwendung des Ersatzschaltbilds der Spule aus idealer Induktivität L und Innenwiderstand R_L sowie das Zeigerbild des Stroms und der auftretenden Spannungen. Der Zeitpunkt der Darstellung wurde so gewählt, dass $\omega t + \varphi_i = 0$ gilt.

Bei der Schaltung in Abb. 9 handelt es sich wie bei der in Abb. 7 um eine RL -Reihenschaltung, bei welcher aber der Widerstand R durch die Reihenschaltung der Widerstände R_L und R ersetzt wurde. Beim Einsatz dieser Schaltung als Tiefpass-Filter wird die Grenzfrequenz f_g analog zu Gl. (10) berechnet, wobei R durch $R_L + R$ ersetzt werden muss:

$$f_g = \frac{R_L + R}{2\pi L} \quad (11)$$

Die Widerstände R_L und R bilden einen sog. Spannungsteiler. Mit $u_R(t) = R i(t)$ und $u_{RL}(t) + u_R(t) = (R_L + R) i(t)$ erhält man

$$u_R(t) = \frac{R}{R_L + R} (u_{RL}(t) + u_R(t)) \quad . \quad (12)$$

Die Ausgangsspannung $u_R(t)$ des Tiefpass-Filters ist von der Frequenz unabhängig um den Teilungsfaktor $R/(R_L + R)$ des Spannungsteilers kleiner ist als bei Verwendung einer idealen Induktivität ohne R_L .

2.2.3 Der Reihenschwingkreis

Betrachtet wird die Schaltung aus Abb. 10. Durch alle drei Schaltelemente fließt derselbe Strom $i(t)$ gemäß Gl. (2). Aufgrund der kirchhoffschen Maschenregel erhält man mit (3), (4) und (5)

$$\begin{aligned} u_0(t) &= u_C(t) + u_L(t) + u_R(t) \\ &= \frac{\hat{i}}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}) + \omega L \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}) + R \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i) \quad (13) \\ &= \hat{U}_0 \sin(\omega t + \varphi_{u0}) \quad . \end{aligned}$$

$u_0(t)$ ist eine sinusförmige Spannung mit der Amplitude \hat{U}_0 und dem Nullphasenwinkel φ_{u0} . Im Zeigerbild der Spannungen kann man erkennen, dass sich die Spannungen $u_C(t)$ und $u_L(t)$ bei der Addition teilweise aufheben, weil die zugehörigen Zeiger u_C und u_L in entgegengesetzte Richtungen zeigen.

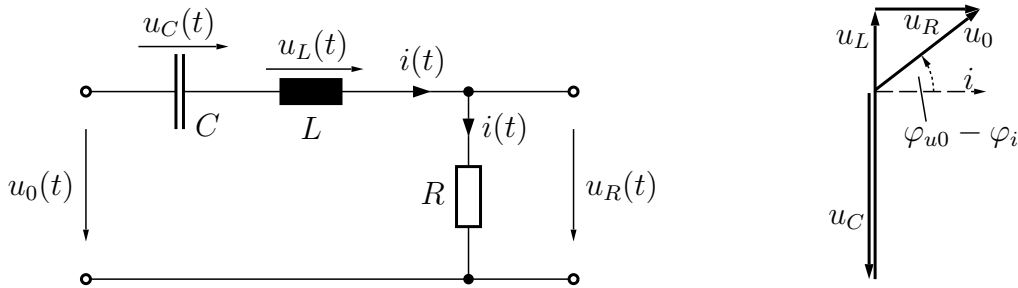


Abbildung 10: Reihenschwingkreis und das Zeigerbild des Stroms und der Spannungen zu einem Zeitpunkt, zu dem $\omega t + \varphi_i = 0$ gilt

Da die Amplituden von $u_C(t)$ und $u_L(t)$ in unterschiedlicher Weise von der Frequenz abhängen, gibt es eine besondere Frequenz f_0 , bei der $u_C(t) + u_L(t) = 0$ gilt. Die Frequenz f_0 nennt man Resonanzfrequenz des Schwingkreises. Die Amplituden \hat{U}_C und \hat{U}_L sind dann gleich groß, und mit (4) und (5) sowie $\omega = 2\pi f_0$ erhält man

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad . \quad (14)$$

\hat{U}_C und \hat{U}_L sind für Frequenzen in der Nähe der Resonanzfrequenz in der Praxis häufig erheblich größer als \hat{U}_0 . Die Spannungsüberhöhung bei $f = f_0$ heißt Güte Q des Schwingkreises:

$$Q = \frac{\hat{U}_C}{\hat{U}_0} \Big|_{f=f_0} = \frac{\hat{U}_L}{\hat{U}_0} \Big|_{f=f_0} \quad (15)$$

Wie oben beschrieben heben sich bei der Resonanzfrequenz die Spannungen an der Kapazität und der Induktivität gegenseitig auf, und man erhält $u_0(t) = u_R(t)$. Mit $\hat{U}_0 = \hat{U}_R$ und $\hat{U}_C = \hat{U}_L$ sowie mit den Gleichungen (3), (4), (5) und (14) erhält man

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad . \quad (16)$$

Reihenschwingkreise werden in der Nachrichtentechnik häufig als Bandpass-Filter eingesetzt, weil die Amplitude \hat{U}_R der Spannung $u_R(t)$ (= Ausgangsspannung) nur für Frequenzen in

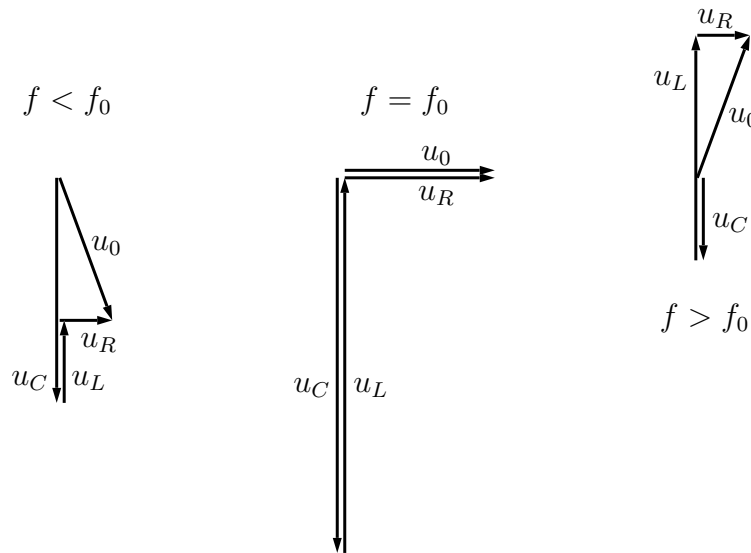


Abbildung 11: Zeigerbilder der Spannungen in einem Reihenschwingkreis. Der Zeitpunkt der Darstellung wurde so gewählt, dass $\omega t + \varphi_i = 0$ gilt. Bei der Resonanzfrequenz $f = f_0$ heben sich u_C und u_L gegenseitig auf, man erhält $u_0 = u_R$. Bei kleinen Frequenzen $f < f_0$ ist u_C länger als u_L , bei großen Frequenzen $f > f_0$ ist u_L länger als u_C .

der Nähe der Resonanzfrequenz ähnlich groß ist wie die Amplitude \hat{U}_0 der Spannung $u_0(t)$ (= Eingangsspannung), bei anderen Frequenzen jedoch deutlich kleiner. Dies ist beim Vergleich der Zeigerbilder in Abb. 11 erkennbar. Der Durchlassbereich des Bandpass-Filters ist definiert als der Frequenzbereich, in welchem $\hat{U}_R/\hat{U}_0 \geq 1/\sqrt{2}$ ist. Die Grenzfrequenzen des Durchlassbereichs sind f_{g1} für $f < f_0$ und f_{g2} für $f > f_0$. Bei $f = f_{g1}$ bzw. $f = f_{g2}$ werden die in den Zeigerbildern in Abb. 11 ganz links bzw. ganz rechts dargestellten Dreiecke zu gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecken mit den Kantenlängen \hat{U}_0 (Hypotenuse) sowie \hat{U}_R und $|\hat{U}_C - \hat{U}_L|$ (Katheten). Damit kann man die Grenzfrequenzen berechnen: Für $f = f_{g1}$ ist $\hat{U}_C > \hat{U}_L$, und es gilt $\hat{U}_R = \hat{U}_C - \hat{U}_L$. Mit (3), (4) und (5) ergibt sich als einzige positive Lösung einer quadratischen Gleichung $\omega = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} = 2\pi f_{g1}$. Für $f = f_{g2}$ ist $\hat{U}_L > \hat{U}_C$, und es gilt $\hat{U}_R = \hat{U}_L - \hat{U}_C$. Man erhält wiederum als einzige positive Lösung einer quadratischen Gleichung $\omega = +\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} = 2\pi f_{g2}$. Die Breite $\Delta f = f_{g2} - f_{g1}$ des Durchlassbereichs ist eine wichtige Kenngröße des Bandpass-Filters. Man erhält $\Delta f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R}{L}$, und mit Gl. (16) ergibt sich

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q} \quad . \quad (17)$$

Wenn, wie in diesem Praktikumsversuch, statt einer idealen Induktivität eine Spule mit dem Innenwiderstand R_L (vergl. Abb. 9) verwendet wird, verändert sich die Schaltung in Abb. 10 insoweit, dass statt des Widerstandes R die Reihenschaltung $R_L + R$ betrachtet werden muss. Die Güte des Schwingkreises verringert sich zu

$$Q = \frac{1}{R_L + R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad . \quad (18)$$

Zudem muss beachtet werden, dass die Ausgangsspannung des Filters von der Frequenz unabhängig um den Teilungsfaktor $R/(R_L + R)$ des Spannungsteilers (vergl. G. (12)) kleiner ist als bei Verwendung einer idealen Induktivität ohne R_L .

2.2.4 Frequenzgangdarstellung

Die Frequenzabhängigkeit von Strom- oder Spannungsverhältnissen werden grafisch als Frequenzgänge üblicherweise in doppelt logarithmischer Skalierung dargestellt, weil so auf einen Blick große Frequenz- und Wertebereiche darstellbar sind. Zudem bilden sich Abhängigkeiten nach Potenzgesetzen (Proportionalität zu f , f^2 , f^{-1} , f^{-2} usw.) als Geraden ab, deren Steigung unmittelbar Aufschluss über die Potenz gibt. So führt beispielsweise eine Proportionalität zu f^2 zu einer Geraden, die bei einer Erhöhung der Frequenz um eine Dekade (= Verzehnfachung) eine Zunahme des Amplitudenverhältnisses um zwei Dekaden aufweist.

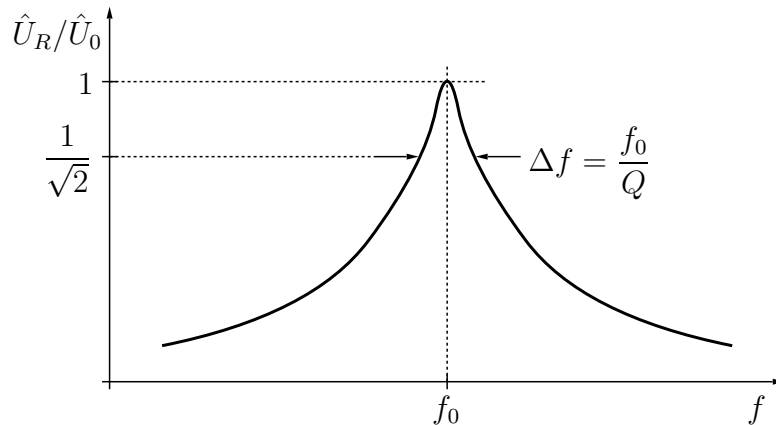


Abbildung 12: Prinzipieller Verlauf des Frequenzgangs beim Reihenschwingkreis

Der Frequenzgang von \hat{U}_R/\hat{U}_0 des Reihenschwingkreises aus Abb. 10 hat prinzipiell den in Abb. 12 dargestellten Verlauf.

3 Vorbereitende Aufgaben

Betrachtet wird ein Reihenschwingkreis gemäß Abb. 10. Die Werte der Schaltelemente sind $R = 100 \Omega$, $C = 100 \text{ nF}$ und $L = 100 \text{ mH}$.

- Berechnen Sie die Resonanzfrequenz f_0 und die Bandbreite Δf des Reihenschwingkreises.
- Die Amplitude des Stroms $i(t)$ beträgt $\hat{I} = 2 \text{ mA}$, die Frequenz beträgt $f = 1,5 \text{ kHz}$. Berechnen Sie die Amplituden sämtlicher Spannungen.

4 Versuchsdurchführung und Auswertung

Zur Versuchsdurchführung wird Ihnen ein noch nicht ausgefüllter Kurzbericht ausgehändigt. Sie führen die unten aufgeführten Messaufgaben und Berechnungen aus, tragen die Ergebnisse in die im Kurzbericht gegebenen Tabellen ein und zeichnen die Frequenzgänge der gemessenen Spannungsverhältnisse. Aus diesen Frequenzgängen lesen Sie charakteristische Werte ab und vergleichen diese mit den theoretisch berechneten Werten. Als Geräte stehen Ihnen ein Frequenzgenerator, ein Oszilloskop und ein Multimeter zur Verfügung.

Bei allen Messungen müssen Sie darauf achten, die Amplitude der Spannung $u_0(t)$ nicht zu groß werden zu lassen. Dies hängt mit nicht-idealen Eigenschaften der verwendeten Spule zusammen, insbesondere mit den Materialeigenschaften des darin verwendeten Ferritkerns. Wenn der Strom

durch die Spule zu groß wird, verhält sie sich zunehmend nichtlinear. Erfahrungsgemäß treten diese Nichtlinearitäten nur dann in vernachlässigbarem Maße auf, wenn die Amplitude von $u_0(t)$ ungefähr bei $\hat{U}_0 = 1 \text{ V}$ oder kleiner bleibt.

4.1 Versuch: RC -Reihenschaltung

- Aufbau einer RC -Reihenschaltung, Berechnung der Grenzfrequenz des Hochpass-Filters sowie Messung der Amplituden von $u_0(t)$ und $u_R(t)$ in Abhängigkeit von der Frequenz mit dem Oszilloskop
- Berechnung aller Spannungsverhältnisse \hat{U}_R/\hat{U}_0
- Zeichnen des Frequenzgangs, Ablesen der Grenzfrequenz aus dem Frequenzgang, Vergleich mit dem berechneten Wert

4.2 Versuch: RL -Reihenschaltung

- Messung des Innenwiderstandes R_L der zur Verfügung stehenden Spule
- Aufbau einer RL -Reihenschaltung, Berechnung der Grenzfrequenz des Tiefpass-Filters sowie Messung der Amplituden von $u_0(t)$ und $u_R(t)$ in Abhängigkeit von der Frequenz mit dem Oszilloskop
- Berechnung aller Spannungsverhältnisse \hat{U}_R/\hat{U}_0
- Zeichnen des Frequenzgangs, Ablesen der Grenzfrequenz aus dem Frequenzgang, Vergleich mit dem berechneten Wert

4.3 Versuch: Reihenschwingkreis

- Aufbau eines Reihenschwingkreises, Berechnung von Resonanzfrequenz, Güte und Bandbreite
- Messtechnische Bestimmung der Resonanzfrequenz mit Hilfe des Oszilloskops, Messungen der Effektivwerte aller Spannungen bei der Resonanzfrequenz mit dem Multimeter sowie Berechnung von \hat{U}_0 und \hat{U}_R
- Messung der Amplituden von $u_0(t)$ und $u_R(t)$ im Reihenschwingkreis in Abhängigkeit von der Frequenz mit dem Oszilloskop
- Berechnung aller Spannungsverhältnisse \hat{U}_R/\hat{U}_0
- Zeichnen des Frequenzgangs, Ablesen der Resonanzfrequenz und der Bandbreite aus dem Frequenzgang, Vergleich mit den berechneten Werten